

## Analyse approfondie CM

Course title – Intitulé du cours	Analyse approfondie CM
Level / Semester – Niveau /semestre	L3 / S1
School – Composante	Ecole d'Economie de Toulouse
Teacher – Enseignant responsable	Begout Pascal
Other teacher(s) – Autre(s) enseignant(s)	
Lecture Hours – Volume Horaire CM	27
TA Hours – Volume horaire TD	18
TP Hours – Volume horaire TP	
Course Language – Langue du cours	Français
TA and/or TP Language – Langue des TD et/ou TP	Français

### **Teaching staff contacts – Coordonnées de l'équipe pédagogique :**

Pascal Bégout.

Adresse électronique : [Pascal.Begout@math.cnrs.fr](mailto:Pascal.Begout@math.cnrs.fr)

Bureau : T.214 (T2.311)

Période de la semaine pendant laquelle les élèves peuvent être reçus : sur RdV

Mode d'interaction privilégié : le courrier électronique

### **Course Objectives – Objectifs du cours :**

OBJECTIFS :

Le cours introduit les notions d'espace vectoriel normé et d'espace de Hilbert ainsi que les théorèmes fondamentaux d'analyse, illustrés par les espaces fonctionnels usuels utilisés en mathématiques appliquées. Les chapitres sont courts mais nombreux.

Il s'agit d'un cours à fort contenu théorique, la plupart des résultats étant démontrés, et qui présente un panorama des outils de base en analyse qui interviennent aussi bien en optimisation, équations différentielles, probabilités, statistiques ou théorie des jeux. Les étudiants devront être capables de comprendre et utiliser toutes les notions introduites, de redémontrer les propriétés de base, mais aussi de mettre en œuvre de nouvelles techniques (calcul de normes d'applications linéaires, utilisation du théorème du point fixe, calcul d'une projection orthogonale dans un espace de Hilbert).

PLAN DU COURS :

Le premier chapitre se concentre sur les notions essentielles de topologie (espace topologique/normé, ensemble ouvert/fermé/borné/compact).

Le deuxième chapitre est consacré aux suites.

Le troisième chapitre porte sur la continuité des fonctions définies sur un sous-ensemble d'un espace vectoriel normé à valeurs dans un autre espace vectoriel normé.

Le quatrième chapitre concerne les applications linéaires et multi-linéaires.

Le cinquième chapitre introduit la notion de suites de Cauchy et de complétude (espaces de Banach).

On y voit notamment les Théorèmes de compacité de Arzelà-Ascoli et de point fixe de Banach-Picard

Le sixième chapitre porte sur la convexité (ensembles et fonctions).

Le septième chapitre traite des différences fondamentales entre la dimension finie et infinie (équivalence des normes, compacité séquentielle, complétude, continuité des applications linéaires et multi-linéaires, convexité).

Enfin, dans le dernier chapitre on introduit la notion de produit scalaire sur un espace vectoriel normé de dimension infinie et la définition d'espace de Hilbert. Les résultats liés aux espaces de Hilbert y seront énoncés (projection orthogonale, dual d'un espace de Hilbert, base hilbertienne).

**Prerequisites – Pré requis :**

Les acquis d'un cours d'analyse en dimension finie sont nécessaires (comme le cours de deuxième année intitulé "Fonctions de plusieurs variables", en particulier :

- ensembles ouverts/fermé/bornés/compact en dimension finie
- suites et continuité en dimension finie
- convergence simple et uniforme de fonctions

Toutes les notions de logique et de théorie des ensembles classiques (vues dans le cours fondamentaux en mathématiques de première année) seront utilisées en permanence et considérées comme acquises. En particulier, les notions de borne supérieure et inférieures, de limites, d'image directe et inverse par une application.

**Practical information about the sessions – Modalités pratiques de gestion du cours :**

Les appareils électroniques, notamment les téléphones mobiles, sont interdits pendant les séances de cours, de travaux dirigés et de travaux pratiques.

Les étudiants devront travailler régulièrement leurs cours. En particulier, le cours des séances précédentes devra être su. Les étudiants devront se manifester rapidement lorsqu'une explication ne sera pas comprise. Ils devront préparer les exercices en amont des séances de travaux dirigés.

**Grading system – Modalités d'évaluation :**

La note de contrôle continue sera constituée, entre autres, d'une note d'écrit. Elle comptera pour 40% de la note finale. L'examen comptera pour 60%.

**Bibliography/references – Bibliographie/références :**

On pourra consulter les cours en ligne intitulés topologie/analyse fonctionnelle pour la licence 3 de mathématiques ou les anciennes éditions des cours d'analyse de mathématiques spéciales (par exemple Gourdon "les maths en tête : Analyse")

On peut citer comme ouvrages récents :

- "Topologie et analyse 3ème année" de G. Skandalis,
- "Analyse pour la licence" de J.-P. Marco.

**Distance learning – Enseignement à distance :**

Forums