WORKING PAPERS

N° 1753

June 2026

“Tarification d’accès et qualité du réseau dans le transport ferroviaire”

Philippe Bontems, Marie-Françoise Calmette and David Martimort

Toulouse School of Economics

Tarification d'accès et qualité du réseau dans le transport ferroviaire*

Philippe Bontems† Marie-Françoise Calmette‡ David Martimort§

1er juin 2026

Résumé

Cet article étudie la tarification d'accès dans un secteur ferroviaire verticalement séparé où le gestionnaire d'infrastructure fixe les péages et choisit la qualité du réseau, tandis que les opérateurs déterminent leurs offres de transport. Le modèle caractérise les inefficacités de la séparation non régulée, puis la régulation optimale avec et sans transferts publics. Lorsque les transferts sont contraints, les péages suivent une logique de Ramsey modifiée par le pouvoir de marché aval et par les effets croisés entre services Grandes Lignes. Sous information asymétrique, le coût pertinent devient un coût virtuel intégrant les rentes informationnelles du gestionnaire d'infrastructure.

Codes JEL : D82 ; L51 ; L92 ; L43 ; H21.

Mots-clés : tarification d'accès ; régulation ferroviaire ; séparation verticale ; qualité de l'infrastructure ; asymétrie d'information ; rentes informationnelles.

Access Pricing and Network Quality in Rail Transport

Abstract

This paper studies access pricing in a vertically separated railway sector where the infrastructure manager sets access charges and chooses network quality, while downstream operators choose transport services. The model characterizes the inefficiencies of unregulated vertical separation and then derives optimal regulation with and without public transfers. When transfers are constrained, access charges follow a Ramsey logic modified by downstream market power and by cross-effects among long-distance operators. Under asymmetric information, the relevant access cost is no longer the physical marginal cost but a virtual cost that incorporates the information rents of the infrastructure manager and the traffic consequences of incentive constraints.

JEL Codes : D82 ; L51 ; L92 ; L43 ; H21.

Keywords : Access pricing ; railroad regulation ; vertical separation ; infrastructure quality ; asymmetric information ; mechanism design ; information rents.

*Nous remercions Julien Coulier, de l'Autorité de Régulation des Transports (ART), division Transport ferroviaire, pour les échanges précieux à un stade antérieur de cette recherche. Les auteurs remercient également l'ART pour son soutien financier, ainsi que l'Agence Nationale de la Recherche au titre du programme Investissements d'Avenir, dans le cadre de la subvention ANR-17-EURE-0010. Les erreurs éventuelles relèvent de la seule responsabilité des auteurs.

†Toulouse School of Economics, INRAe, UTC, Toulouse, France. Email : philippe.bontems@tse-fr.eu

‡Toulouse School of Economics, UTC, Toulouse, France. Email : marie-francoise.calmette@tse-fr.eu

§Toulouse School of Economics, UTC, Toulouse, France. Email : david.martimort@tse-fr.eu

1 Introduction

Jusqu'au début des années 1990, le secteur ferroviaire européen était organisé autour d'entreprises historiquement intégrées. Dans la plupart des pays, un opérateur public contrôlait à la fois l'infrastructure et les services de transport. En France, cette organisation était incarnée par la SNCF. La directive européenne 91/440/CEE a profondément modifié ce cadre en introduisant le principe d'une séparation entre la gestion de l'infrastructure et l'exploitation des services ferroviaires. Le gestionnaire d'infrastructure est chargé de l'entretien, du développement et de l'allocation du réseau, tandis que les entreprises ferroviaires utilisent cette infrastructure pour fournir des services de transport. Cette évolution s'inscrit dans un mouvement plus général de restructuration des industries de réseau, fondé sur la séparation des segments monopolistiques et concurrentiels (Vickers and Yarrow, 1988; Nash, 2011).

Cette séparation verticale répondait à un objectif d'ouverture à la concurrence dans les industries de réseau. Elle soulève cependant un problème classique de régulation. L'infrastructure ferroviaire constitue une facilité essentielle : elle est coûteuse à dupliquer, sa capacité est limitée, et son utilisation conditionne l'accès au marché aval. Le gestionnaire d'infrastructure dispose donc d'un pouvoir de marché sur l'accès au réseau. Sans régulation, il peut fixer des redevances excessives, mal allouer les capacités ou fournir un effort insuffisant de maintenance et de qualité. À l'inverse, des redevances trop faibles peuvent compromettre le financement du réseau et réduire les incitations à investir dans sa qualité. Ces arbitrages sont au cœur de la littérature sur la tarification de l'accès aux infrastructures essentielles (Armstrong et al., 1996; Baumol and Sidak, 1994).

Le cas ferroviaire présente une difficulté supplémentaire. Les péages d'accès ne sont pas seulement des instruments de financement. Ils affectent les décisions des opérateurs, l'intensité de la concurrence sur les marchés aval, l'utilisation du réseau et les incitations du gestionnaire d'infrastructure. Une redevance d'accès modifie le coût marginal privé des opérateurs ; elle influence donc les quantités offertes, les prix payés par les usagers et la répartition du trafic entre services. Elle modifie aussi les recettes du gestionnaire d'infrastructure et, lorsque l'effort de qualité n'est pas parfaitement contractible, ses incitations à entretenir et améliorer le réseau. Ces interactions sont particulièrement importantes dans le ferroviaire, où les péages doivent concilier récupération des coûts, utilisation efficace du réseau et qualité de service (Link et al., 2012; International Transport Forum, 2019; European Commission, 2021).

L'objectif de cet article est de développer un cadre analytique permettant d'étudier conjointement la tarification d'accès, les incitations à la qualité, le financement du gestionnaire d'infrastructure et l'information asymétrique. Le point de départ est un modèle de séparation verticale dans lequel un gestionnaire d'infrastructure fournit l'accès au réseau à un opérateur local et à deux opérateurs Grandes Lignes en concurrence à la Cournot. La qualité du réseau affecte la demande de transport, tandis que les redevances d'accès déterminent à la fois les coûts privés des opérateurs et les recettes du gestionnaire d'infrastructure. Le modèle combine ainsi la logique de la tarification d'accès avec celle de la régulation incitative sous information privée (Laffont and Tirole, 1993; Armstrong and Sappington, 2007).

Nous nous concentrons sur le transport ferroviaire de passagers. Les services de passagers partagent certes la capacité du réseau avec le fret, mais ils obéissent à des contraintes spécifiques.

La demande de passagers est particulièrement sensible aux horaires, à la fréquence, à la vitesse et à la fiabilité. L'ouverture à la concurrence y soulève donc des enjeux directs de bien-être, de qualité de service et d'aménagement du territoire. Le fret pose des questions voisines, mais il est soumis à des arbitrages intermodaux plus marqués, notamment avec le transport routier. Nous le laissons donc de côté.

Le premier résultat est que la séparation verticale non régulée conduit généralement à une allocation inefficace. Le gestionnaire d'infrastructure fixe les redevances en tenant compte de ses recettes propres, tandis que les opérateurs aval choisissent leurs quantités en fonction de leurs profits privés. Il en résulte une double marginalisation : les redevances d'accès accroissent les coûts marginaux privés des opérateurs, et les opérateurs exercent eux-mêmes un pouvoir de marché sur les marchés aval. Pour le service local, cette double marginalisation prend la forme d'une marge d'accès ajoutée à la marge de monopole local. Pour les services Grandes Lignes, elle est plus complexe : les marges d'accès doivent être analysées conjointement, car la redevance appliquée à un opérateur affecte aussi la quantité de son concurrent dans l'équilibre de Cournot.

Le deuxième résultat concerne la régulation en information complète. Si le régulateur peut imposer les quantités, contracter la qualité et utiliser des transferts forfaitaires, le premier rang peut être décentralisé par des redevances d'accès égales au coût marginal d'usage du réseau. Les coûts fixes et le coût de l'effort qualité doivent alors être financés par des transferts non distorsifs. Cette conclusion fournit une référence, mais elle repose sur une hypothèse forte : la disponibilité de transferts publics forfaitaires.

Lorsque les transferts publics sont absents ou contraints, les redevances doivent contribuer au financement du réseau. La tarification optimale suit alors une logique de Ramsey-Boîteux, mais cette logique ne se réduit pas à une règle inverse-élasticité simple dans un environnement verticalement séparé (Boiteux, 1956; Armstrong et al., 1996). Pour le service local, on obtient une formule de Ramsey corrigée par la marge aval du monopole. Pour les services Grandes Lignes, la concurrence à la Cournot impose une règle multi-produits : les péages optimaux dépendent des effets propres et croisés des redevances sur les quantités d'équilibre. La régulation doit donc arbitrer entre le besoin de financement du gestionnaire d'infrastructure, la sous-production induite par le pouvoir de marché aval et les interdépendances stratégiques entre opérateurs Grandes Lignes.

Le troisième résultat concerne précisément la combinaison entre absence de transferts publics et information asymétrique. Nous supposons que le gestionnaire d'infrastructure observe mieux que le régulateur son coût marginal d'usage du réseau. Le régulateur ne choisit alors pas directement un péage unique ; il propose un menu de contrats contingent sur l'annonce du coût du gestionnaire d'infrastructure, dans l'esprit de la régulation incitative (Laffont and Tirole, 1993). Chaque contrat spécifie les instruments disponibles, en particulier les redevances d'accès et, lorsque cela est possible, l'effort de qualité. La contrainte d'incitation impose que chaque type de gestionnaire préfère révéler son vrai coût plutôt que se faire passer pour un autre type.

Cette contrainte d'incitation modifie la tarification optimale. Le régulateur doit laisser une rente informationnelle aux gestionnaires les plus efficaces. Or cette rente est d'autant plus coûteuse que le volume de trafic est élevé, car le gain associé à une sous-déclaration ou à une mauvaise déclaration du coût se répercute sur chaque unité de trafic. Le coût pertinent de l'accès n'est donc plus seulement le coût physique du réseau, mais un coût virtuel qui incorpore la rente informationnelle. En l'absence de transferts publics, cette correction est particulièrement importante : les péages doivent simultanément financer le réseau, limiter les distorsions aval et préserver les incitations à la révélation du coût.

Pour le service local, le terme informationnel s'ajoute à la règle inverse-élasticité corrigée par la marge aval du monopole. Pour les services Grandes Lignes, il s'insère dans une règle multi-produits avec effets croisés : le péage appliqué à un opérateur dépend non seulement de son effet sur sa propre quantité, mais aussi de son effet sur la quantité de son concurrent. L'information asymétrique ne produit donc pas une simple hausse uniforme des péages. Elle transforme la structure des redevances en fonction de la sensibilité du trafic, des interactions concurrentielles et du coût informationnel associé à chaque segment du marché.

Le quatrième résultat concerne la qualité du réseau. Lorsque l'effort qualité est contractible, le régulateur peut l'imposer directement et coordonner le choix de qualité avec la tarification d'accès. Lorsque cet effort n'est pas contractible, le gestionnaire d'infrastructure choisit la qualité en fonction de ses propres incitations. Les péages d'accès jouent alors un rôle supplémentaire : ils influencent non seulement les décisions des opérateurs aval, mais aussi le rendement privé de l'effort de qualité pour le gestionnaire d'infrastructure. Cette interaction est renforcée lorsque les transferts publics sont indisponibles ou lorsque le gestionnaire d'infrastructure détient une information privée sur son coût. Dans ce cas, la qualité devient elle-même un instrument indirect de gestion du trafic, du financement et des rentes informationnelles. La tarification d'accès et la politique de qualité ne peuvent donc pas être conçues séparément.

Le papier laisse volontairement de côté deux questions importantes. La première est la régulation par plafond de recettes. Un revenue cap peut discipliner les recettes du gestionnaire d'infrastructure, mais il modifie aussi les incitations à la qualité et les marges disponibles pour financer le réseau. La seconde est la régulation de l'entrée. L'entrée sur les Grandes Lignes soulève des questions spécifiques de congestion, d'allocation de capacité, de sélection des opérateurs et de tarification des péages comme instruments d'orientation de l'entrée. Ces deux dimensions sont suffisamment riches pour justifier des extensions spécifiques ultérieures du cadre proposé ici.

Revue de littérature. La littérature pertinente peut être organisée autour de quatre questions qui correspondent directement aux étapes de notre analyse : comment tarifer l'accès à une infrastructure essentielle, comment financer les coûts fixes du réseau, comment traiter les incitations du gestionnaire d'infrastructure, et comment adapter ces principes au cas ferroviaire.

Le premier point de départ est la littérature générale sur la tarification de l'accès. Armstrong et al. (1996) formalisent le problème comme un arbitrage entre efficacité allocative, récupération des coûts fixes et concurrence en aval. Dans leur synthèse, le prix d'accès n'est pas un simple prix de transfert entre entreprises : il détermine l'intensité de la concurrence et la viabilité des opérateurs qui utilisent l'infrastructure. Cette idée est centrale dans notre modèle. Les redevances d'accès affectent les quantités choisies par les opérateurs, mais elles financent aussi le gestionnaire d'infrastructure et modifient ses incitations à fournir de la qualité. Notre contribution prolonge donc cette littérature en ajoutant explicitement une décision de qualité du réseau et en distinguant deux segments aval : un service local en monopole et des services Grandes

Lignes en concurrence à la Cournot.

La deuxième référence naturelle est la littérature sur la tarification des facilités essentielles et l'ECPR. Baumol et al. (1982) et Baumol and Sidak (1994) défendent une logique de tarification fondée sur le coût d'opportunité de l'accès. Cette approche est utile lorsque l'utilisation de l'infrastructure par un service réduit la capacité disponible pour d'autres usages ou impose un coût d'opportunité au gestionnaire de réseau. Elle est toutefois plus ambiguë lorsque le coût d'opportunité inclut une rente de marché de l'opérateur en place plutôt qu'un véritable coût social. Dans notre article, cette littérature sert surtout de point de comparaison. Nous ne modélisons ni l'entrée ni la sélection des opérateurs ; nous nous concentrons sur la tarification d'accès et la qualité du réseau pour une structure aval donnée.

La troisième branche est la théorie de la régulation incitative. Laffont and Tirole (1993) montrent que la régulation d'une entreprise informée doit arbitrer entre extraction de rente et efficacité productive. Armstrong and Sappington (2007) replacent cette logique dans une synthèse plus large des modèles de régulation. Nous utilisons cette approche pour étudier le cas où le gestionnaire d'infrastructure possède une information privée sur son coût marginal d'usage du réseau. La conséquence est que le coût pertinent de l'accès n'est plus le coût physique observé par l'ingénieur ou le comptable, mais un coût virtuel qui incorpore la rente informationnelle du gestionnaire d'infrastructure. Cette dimension distingue notre analyse d'une simple règle de Ramsey appliquée à un réseau ferroviaire : la contrainte de financement et la contrainte incitative sont traitées simultanément.

La littérature ferroviaire fournit un ancrage plus spécifique à notre analyse. Kennedy (1997) étudie directement la régulation de l'accès au réseau ferroviaire et caractérise les charges d'accès optimales dans un contexte où le gestionnaire d'infrastructure dispose d'un pouvoir de marché, tandis que Nash (2011) souligne les difficultés liées à la séparation verticale, à la capacité et au financement de l'infrastructure. Sánchez-Borràs et al. (2010) analysent les redevances d'accès applicables aux trains à grande vitesse en Europe et montrent que ces redevances peuvent affecter directement la compétitivité des services ferroviaires. Les contributions réunies dans Finger and Messulam (2015) insistent plus largement sur les liens entre concurrence, séparation verticale, régulation, allocation de capacité et tarification d'accès dans le rail européen. Ces travaux motivent directement notre choix de modélisation : les péages d'accès doivent être analysés comme des instruments qui influencent à la fois l'utilisation du réseau, la soutenabilité financière du gestionnaire d'infrastructure et la qualité de service.

Un ensemble de travaux appliqués insiste aussi sur les contraintes informationnelles et institutionnelles propres aux transports régulés. Gagnepain and Ivaldi (2002) montrent, dans le cas des transports publics français, que les contrats de régulation doivent tenir compte de l'information privée des opérateurs et de leurs incitations. Preston (2009) discute les formes de concurrence pour les services ferroviaires de passagers. Small and Verhoef (2007) analysent le rôle de la capacité, de la congestion et de la tarification corrective dans les transports. Ces travaux éclairent les limites assumées de notre article. Nous ne modélisons pas directement la congestion ni l'allocation fine de la capacité ; nous montrons plutôt comment les péages et la qualité sont déterminés une fois la structure aval donnée. Les questions de congestion et d'allocation de capacité sont donc présentes en arrière-plan institutionnel, mais elles ne constituent pas l'objet principal de l'analyse.

Plusieurs contributions récentes rapprochent directement la tarification d'accès des enjeux ferroviaires contemporains. Besanko and Cui (2019) comparent différents régimes de tarification d'accès dans des systèmes ferroviaires verticalement séparés et étudient leurs effets sur la qualité du réseau, le surplus des consommateurs et le bien-être. Bloch and Gagnepain (2025) étudient la tarification d'accès et la régulation dans le transport ferroviaire international. García-Ródenas et al. (2025) proposent un modèle de tarification des coûts d'accès au fret ferroviaire intégrant des dimensions économiques et environnementales. Notre article se distingue de ces travaux par son traitement conjoint de la contrainte de financement sans transferts, de l'information asymétrique du gestionnaire d'infrastructure et d'une structure aval combinant monopole local et concurrence Grandes Lignes.

La contribution du papier peut ainsi être résumée de la façon suivante. Par rapport à la littérature sur l'accès, nous introduisons une qualité de réseau endogène et une structure aval mixte, avec monopole local et concurrence Grandes Lignes. Par rapport à la littérature sur la régulation incitative, nous montrons que l'information privée du gestionnaire d'infrastructure transforme les redevances d'accès en instruments de gestion des rentes informationnelles. Par rapport à la littérature ferroviaire, nous fournissons un cadre analytique qui explique pourquoi les débats sur les péages, le financement du réseau et la qualité de service ne peuvent pas être séparés.

Organisation. L'article est organisé comme suit. La section 2 introduit le modèle : structure verticale, demande, qualité du réseau, coûts des opérateurs et comportement du gestionnaire d'infrastructure. La section 3 établit les benchmarks : premier rang, structure intégrée non régulée et séparation verticale non régulée. La section 4 étudie la régulation en information complète, avec transferts publics puis sous contrainte d'autofinancement du gestionnaire d'infrastructure. La section 5 introduit l'information asymétrique sur le coût du gestionnaire d'infrastructure et caractérise les effets des rentes informationnelles sur les péages et la qualité. La section 6 conclut.

2 Le modèle

Nous considérons un secteur ferroviaire verticalement séparé. L'infrastructure est exploitée par un gestionnaire d'infrastructure, noté GI, tandis que les services de transport sont fournis par des opérateurs ferroviaires. Cette séparation implique que les opérateurs doivent acheter un droit d'accès au réseau pour faire circuler leurs trains. Les redevances d'accès jouent donc un double rôle : elles contribuent au financement de l'infrastructure et elles influencent l'utilisation du réseau par les opérateurs.

Le réseau est utilisé par trois opérateurs. Un opérateur local, noté 0, fournit un service en situation de monopole. Deux opérateurs Grandes Lignes, notés $i = 1, 2$, se concurrencent sur un autre segment du marché. Pour faire circuler un train, chaque opérateur doit disposer d'un créneau de circulation, ou sillon horaire.[1] Nous représentons l'utilisation du réseau par une quantité q_j, qui désigne le nombre de créneaux utilisés par l'opérateur j. La demande totale de

1. Un *sillon horaire* est défini comme le droit d'utiliser la ligne à une heure donnée dans une direction donnée.

capacité est donc

$$Q = q_0 + q_1 + q_2.$$

Le GI facture à l'opérateur j une redevance d'accès unitaire a_j. Cette redevance est payée par l'opérateur mais reçue par le GI. Elle constitue donc un transfert interne au secteur ferroviaire. Elle n'entre pas directement dans le bien-être social, mais elle affecte les décisions privées des opérateurs et du gestionnaire d'infrastructure.

2.1 Demande et qualité du réseau

Les usagers retirent une utilité des services ferroviaires. Le service local procure une utilité $S(q_0, e)$, tandis que les services Grandes Lignes procurent une utilité $V(q_1, q_2, e)$. La variable e désigne l'effort de qualité du GI, interprété comme un indicateur synthétique de ponctualité, de fiabilité, de capacité disponible ou de confort d'usage de l'infrastructure. Nous normalisons la technologie de qualité en identifiant directement l'indice de qualité à cet effort.

L'utilité des consommateurs est quasi linéaire :

$$U = S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) + y,$$

où y désigne le bien numéraire. Les fonctions S et V sont croissantes et concaves dans les quantités. Les prix de détail sont donnés par les demandes inverses :

$$p_0 = P_0(q_0, e), \qquad p_i = P_i(q_1, q_2, e), \quad i = 1, 2.$$

Nous supposons

$$\frac{\partial P_j}{\partial q_j} < 0, \qquad \frac{\partial P_j}{\partial e} > 0.$$

Une meilleure qualité du réseau augmente donc la disposition à payer des usagers ou, de façon équivalente, réduit le coût généralisé du transport.

2.2 Coûts et profits des opérateurs

L'opérateur local supporte un coût d'exploitation

$$C_0(q_0) = c_0 q_0 + k_0,$$

où c_0 est le coût marginal d'exploitation et k_0 un coût fixe. Les opérateurs Grandes Lignes ont des coûts

$$C_i(q_i) = c_i q_i + k_i, \quad i = 1, 2.$$

Pour des redevances d'accès données, le profit de l'opérateur local est

$$\pi_0 = (P_0(q_0, e) - c_0 - a_0) q_0 - k_0.$$

Le profit de l'opérateur Grandes Lignes i est

$$\pi_i = (P_i(q_1, q_2, e) - c_i - a_i) q_i - k_i, \quad i = 1, 2.$$

Les redevances d'accès augmentent donc le coût marginal privé des opérateurs. Elles influencent leurs choix de quantité, même si elles ne constituent pas un coût social direct.

2.3 Le gestionnaire d'infrastructure

Le GI supporte un coût d'usage du réseau et un coût d'effort qualité. Son coût total est

$$C_I(Q, e) = cQ + K + \psi(e),$$

où c est le coût marginal d'usage de l'infrastructure, K un coût fixe et $\psi(e)$ le coût de l'effort qualité. Nous supposons

$$\psi'(e) > 0, \qquad \psi''(e) > 0.$$

Le profit du GI est

$$\pi_I = a_0 q_0 + \sum_{i=1}^{2} a_i q_i - cQ - K - \psi(e).$$

Cette expression met en évidence une tension centrale. Une redevance d'accès plus élevée améliore les recettes du GI, mais elle réduit les incitations des opérateurs à utiliser le réseau. Lorsque l'effort qualité est choisi par le GI, ses incitations à investir dans la qualité dépendent aussi de la façon dont la qualité affecte la demande et donc les recettes d'accès.

2.4 Timing

Le déroulement du jeu dépend du régime institutionnel considéré. Dans un premier temps, les règles du jeu sont fixées. Selon les cas, il peut s'agir d'une structure intégrée non régulée, d'une séparation verticale non régulée, ou d'un cadre réglementaire imposant des redevances d'accès, des transferts, un plafond de recettes, des obligations de service ou des incitations à la qualité.

Dans un deuxième temps, les redevances d'accès et l'effort qualité sont déterminés. Dans les benchmarks non régulés, ces décisions relèvent de la structure intégrée ou du gestionnaire d'infrastructure. Dans les régimes régulés, elles peuvent être fixées directement par le régulateur ou résulter des contraintes et incitations qu'il impose. Lorsque l'effort qualité n'est pas contractible, le GI choisit cet effort en fonction de ses propres incitations.

Dans un troisième temps, les opérateurs choisissent leurs quantités de service, compte tenu des redevances d'accès, de la qualité du réseau et de la concurrence sur leur segment de marché. L'opérateur local est en monopole sur son service, tandis que les opérateurs Grandes Lignes se concurrencent à la Cournot.

3 Benchmarks

Cette section établit plusieurs allocations de référence. Nous commençons par le premier rang, dans lequel un planificateur social choisit directement les quantités de transport et la qualité du réseau. Nous considérons ensuite une structure verticalement intégrée, puis une structure verticalement séparée non régulée. Ces benchmarks permettent d'identifier les distorsions que la régulation devra corriger : pouvoir de marché, double marginalisation, sous-investissement en qualité et insuffisante prise en compte des externalités entre services.

3.1 Le premier rang

Au premier rang, un planificateur social choisit directement les quantités de transport et l'effort qualité. Les prix de détail et les redevances d'accès ne jouent alors aucun rôle allocatif autonome. Les redevances d'accès sont des transferts internes au secteur ferroviaire et disparaissent du bien-être social.

Le planificateur maximise le bien-être social et résout donc

$$\max_{q_0,q_1,q_2,e} W(q_0,q_1,q_2,e) \equiv S(q_0,e) + V(q_1,q_2,e) - \sum_{j=0}^{2} c_j q_j - c\sum_{j=0}^{2} q_j - \sum_{j=0}^{2} k_j - K - \psi(e). \quad (1)$$

En supposant un optimum intérieur, les conditions de premier ordre pour les quantités sont les suivantes. Pour le service local :

$$\frac{\partial S(q_0,e)}{\partial q_0} = P_0(q_0,e) = c_0 + c.$$

Pour chaque service Grandes Lignes $i = 1, 2$, on obtient

$$\frac{\partial V(q_1,q_2,e)}{\partial q_i} = P_i(q_1,q_2,e) = c_i + c.$$

Au premier rang, chaque service est donc fourni jusqu'au point où la disposition marginale à payer des usagers est égale au coût marginal social complet. Ce coût marginal comprend le coût marginal d'exploitation de l'opérateur et le coût marginal d'usage du réseau.

La condition de premier ordre pour l'effort qualité est

$$\left[\frac{\partial S(q_0,e)}{\partial e} + \frac{\partial V(q_1,q_2,e)}{\partial e}\right] = \psi'(e). \quad (2)$$

Le bénéfice social marginal d'une amélioration de la qualité doit donc être égal au coût marginal de l'effort fourni par le GI. Cette condition tient compte de l'effet de la qualité sur l'ensemble des services utilisant le réseau. Elle internalise donc les externalités positives de qualité entre le service local et les services Grandes Lignes. On note $(q_0^{FB}, q_1^{FB}, q_2^{FB}, e^{FB})$ la solution de premier rang.

3.2 Structure intégrée non régulée

Considérons maintenant une structure verticalement intégrée. Le GI et les opérateurs appartiennent à une même entité, qui choisit les quantités et l'effort qualité de manière à maximiser le profit total du secteur. Les redevances d'accès sont alors des transferts internes à l'entité intégrée et ne jouent aucun rôle allocatif.

La structure intégrée maximise le profit de la structure intégrée et résout donc

$$\max_{q_0,q_1,q_2,e} \Pi^I \equiv P_0(q_0,e)q_0 + \sum_{i=1}^{2} P_i(q_1,q_2,e)q_i - \sum_{j=0}^{2} c_j q_j - c\sum_{j=0}^{2} q_j - \sum_{j=0}^{2} k_j - K - \psi(e).$$

Pour le service local, la condition de premier ordre est

$$P_0(q_0,e) + \frac{\partial P_0(q_0,e)}{\partial q_0} q_0 = c_0 + c.$$

Le prix de détail excède donc le coût marginal social $c_0 + c$. La structure intégrée exerce un pouvoir de marché sur le service local.

Pour les services Grandes Lignes, les conditions de premier ordre sont

$$P_i(q_1,q_2,e) + \frac{\partial P_i(q_1,q_2,e)}{\partial q_i} q_i + \sum_{\ell \neq i} \frac{\partial P_\ell(q_1,q_2,e)}{\partial q_i} q_\ell = c_i + c, \quad i = 1,2.$$

La structure intégrée internalise les interactions stratégiques entre les services Grandes Lignes, en choisissant simultanément q_1 et q_2. Elle ne maximise cependant pas le surplus des usagers. Les quantités restent donc généralement inférieures aux quantités de premier rang.

La condition de premier ordre pour la qualité est

$$\left[\frac{\partial P_0(q_0,e)}{\partial e} q_0 + \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial P_i(q_1,q_2,e)}{\partial e} q_i\right] = \psi'(e).$$

La structure intégrée choisit la qualité de manière à maximiser l'effet de la qualité sur ses recettes, et non sur le surplus total des usagers. Elle tient compte du fait qu'une meilleure qualité augmente les prix que les usagers sont prêts à payer, mais elle ne tient pas compte de l'ensemble du surplus infra-marginal. Il en résulte généralement un effort qualité différent de celui du premier rang.

Ce benchmark met donc en évidence une première source de distorsion. L'intégration verticale élimine les problèmes de coordination entre le GI et les opérateurs, mais elle ne supprime pas le pouvoir de marché sur les marchés de transport.

3.3 Séparation verticale non régulée

Considérons enfin une structure verticalement séparée non régulée. Le GI choisit les redevances d'accès et l'effort qualité, tandis que les opérateurs choisissent leurs quantités en prenant les redevances et la qualité comme données.

Pour des redevances d'accès a_j et un effort qualité e donnés, l'opérateur local choisit q_0 afin de maximiser

$$\pi_0 = (P_0(q_0,e) - c_0 - a_0)q_0 - k_0.$$

Sa condition de premier ordre est

$$P_0(q_0,e) + \frac{\partial P_0(q_0,e)}{\partial q_0} q_0 = c_0 + a_0.$$

Chaque opérateur Grandes Lignes i choisit q_i afin de maximiser

$$\pi_i = (P_i(q_1, q_2, e) - c_i - a_i)q_i - k_i.$$

La condition de premier ordre de l'opérateur i est

$$P_i(q_1, q_2, e) + \frac{\partial P_i(q_1, q_2, e)}{\partial q_i} q_i = c_i + a_i, \quad i = 1, 2.$$

Contrairement à la structure intégrée, chaque opérateur Grandes Lignes ne tient pas compte de l'effet de sa quantité sur le profit de son concurrent. La séparation verticale introduit donc non seulement une relation verticale avec des tarifs d'accès, mais aussi une interaction horizontale non internalisée entre opérateurs.

Le profit du GI est

$$\pi_I(a, e) = \sum_{j=0}^{2} (a_j - c)q_j(a, e) - K - \psi(e).$$

Le GI choisit donc les redevances d'accès en tenant compte de leur effet sur les quantités demandées par les opérateurs. La condition de premier ordre par rapport à une redevance a_k est

$$q_k(a, e) + \sum_{j=0}^{2} (a_j - c)\frac{\partial q_j(a, e)}{\partial a_k} = 0, \quad k = 0, 1, 2.$$

Cette condition montre que les redevances optimales du GI dépendent de l'ensemble des réactions de demande induites par les opérateurs. Il faut distinguer le service local et les services Grandes Lignes.

Pour le service local, il n'y a pas d'interaction stratégique avec un autre opérateur sur le même segment. Si l'on suppose que la demande locale est indépendante des redevances appliquées aux services Grandes Lignes, la condition précédente se réduit à

$$q_0(a, e) + (a_0 - c)\frac{\partial q_0(a, e)}{\partial a_0} = 0.$$

En notant

$$\varepsilon_{00} \equiv \frac{\partial q_0}{\partial a_0}\frac{a_0}{q_0}.$$

l'élasticité de q_0 au tarif d'accès a_0, on obtient alors

$$L_0 = \frac{a_0 - c}{a_0} = -\frac{1}{\varepsilon_{00}} > 0,$$

dès lors que la demande d'accès locale est décroissante en a_0. Le GI fixe donc une redevance d'accès supérieure au coût marginal d'usage du réseau sur le segment local.

Pour les services Grandes Lignes, les opérateurs 1 et 2 se concurrencent à la Cournot, de sorte que la quantité d'équilibre de chaque opérateur dépend non seulement de sa propre redevance d'accès, mais aussi de la redevance d'accès de son concurrent. Les conditions de choix des redevances par le GI s'écrivent donc

$$q_i + (a_i - c)\frac{\partial q_i}{\partial a_i} + (a_j - c)\frac{\partial q_j}{\partial a_j} = 0, \quad i, j = 1, 2$$

Définition 1. *Pour les deux opérateurs Grandes Lignes $i, j = 1, 2$, on définit les élasticités de la quantité d'équilibre de l'opérateur i par rapport à la redevance d'accès appliquée à l'opérateur j par*

$$\varepsilon_{ij} \equiv \frac{\partial q_i}{\partial a_j}\frac{a_j}{q_i}.$$

Les élasticités propres $\varepsilon_{ii} < 0$ mesurent la réaction de la quantité de l'opérateur i à sa propre redevance d'accès. Les élasticités croisées $\varepsilon_{ij} \geq 0$, pour $i \neq j$, mesurent l'effet de la redevance d'accès d'un opérateur sur la quantité de son concurrent.

On définit également le poids relatif des recettes d'accès des deux opérateurs Grandes Lignes par

$$\rho \equiv \frac{a_2 q_2}{a_1 q_1}.$$

A l'aide des ces définitions, on peut réécrire les conditions déterminant les tarifs d'accès d'équilibre pour obtenir les marges relatives d'accès Grandes Lignes

$$\frac{a_1 - c}{a_1} = \frac{\rho\varepsilon_{21} - \varepsilon_{22}}{\Delta},$$

et

$$\frac{a_2 - c}{a_2} = \frac{\varepsilon_{12}/\rho - \varepsilon_{11}}{\Delta},$$

sous l'hypothèse

$$\Delta = \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - \varepsilon_{12}\varepsilon_{21} \neq 0,$$

que nous supposerons vérifiée dans le reste de l'analyse. [2]

Ces expressions montrent que la marge d'accès optimale du GI sur le segment Grandes Lignes ne dépend pas seulement de l'élasticité propre de la demande d'accès d'un opérateur. Elle dépend aussi des élasticités croisées entre opérateurs et du poids relatif des recettes d'accès générées par chacun d'eux.

Les marges d'accès ainsi déterminées se combinent ensuite avec le pouvoir de marché aval. Pour le service local, la condition de l'opérateur peut être réécrite

$$P_0(q_0, e) = c_0 + c + (a_0 - c) + \nu_0.$$

Le prix de détail excède le coût marginal social complet $c_0 + c$ pour deux raisons. Le terme $a_0 - c$ est la marge amont du GI sur l'accès au réseau. Le terme

$$\nu_0 \equiv -\frac{\partial P_0(q_0, e)}{\partial q_0} q_0$$

est la marge aval de monopole de l'opérateur local.

2. Voir Annexe A.

Pour chaque service Grandes Lignes, la condition aval de Cournot donne de même

$$P_i(q_1, q_2, e) = c_i + c + (a_i - c) + \nu_i, \quad i = 1, 2,$$

où

$$\nu_i \equiv -\frac{\partial P_i(q_1, q_2, e)}{\partial q_i} q_i.$$

L'écart entre le prix payé par les usagers et le coût marginal social complet comprend donc deux composantes : la marge d'accès du GI et la marge stratégique de l'opérateur aval. Sur le segment Grandes Lignes, la marge d'accès elle-même dépend des élasticités propres et croisées entre opérateurs. C'est cette addition des marges qui constitue la double marginalisation.

Cette comparaison peut être faite directement avec la structure intégrée. Dans la structure intégrée, la marge d'accès est interne à l'entreprise et ne modifie pas le coût marginal perçu pour décider des quantités. Pour le service local, la condition intégrée est

$$P_0(q_0, e) = c_0 + c + \nu_0.$$

En séparation verticale non régulée, elle devient

$$P_0(q_0, e) = c_0 + c + (a_0 - c) + \nu_0.$$

La séparation verticale ajoute donc la marge $a_0 - c$ à la marge aval déjà présente. Elle réduit la quantité offerte relativement à la structure intégrée, toutes choses égales par ailleurs.

Pour les Grandes Lignes, la comparaison est analogue mais doit tenir compte des effets croisés. La structure intégrée internalise l'effet de q_i sur les recettes de l'autre service Grandes Lignes. La structure séparée ne l'internalise pas : chaque opérateur choisit sa quantité en fonction de sa recette marginale privée, tandis que le GI ajoute une marge d'accès déterminée par les élasticités propres et croisées des demandes induites. La séparation verticale combine donc une distorsion horizontale de Cournot et une distorsion verticale de tarification d'accès.

En choisissant l'effort qualité, le GI tient compte uniquement de l'effet de la qualité sur ses recettes d'accès. Sa condition de premier ordre est

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j - c) \frac{\partial q_j(a, e)}{\partial e} = \psi'(e),$$

où $q_j(a, e)$ désigne la demande de capacité induite par les choix des opérateurs pour un vecteur de redevances $a = (a_0, a_1, a_2)$ et une qualité e.

Cette condition diffère de la condition de premier rang (2). Le GI ne valorise une amélioration de la qualité que dans la mesure où elle augmente les quantités transportées et donc ses recettes d'accès nettes du coût marginal d'usage du réseau. Il ne tient pas compte directement du surplus des usagers ni des profits des opérateurs, sauf à travers leur effet sur la demande d'accès. L'effort qualité est donc généralement distordu.

La séparation verticale non régulée crée ainsi deux distorsions. La première est la double marginalisation : les opérateurs fixent leurs quantités en tenant compte des redevances d'accès comme d'un coût marginal privé, tandis que le GI choisit ces redevances afin d'extraire une marge sur l'accès au réseau. Les prix de détail incorporent donc à la fois le pouvoir de marché des opérateurs et la marge d'accès du GI. Sur les Grandes Lignes, cette marge d'accès doit elle-même être déterminée en tenant compte des élasticités propres et croisées entre opérateurs. La seconde distorsion porte sur la qualité : le GI choisit l'effort en fonction de ses recettes d'accès, et non du bénéfice social total de la qualité.

3.4 Synthèse

Ces trois benchmarks identifient les principales marges sur lesquelles la régulation devra intervenir. Le premier rang fournit la référence normative : chaque service devrait être tarifé à son coût marginal social complet, incluant à la fois le coût marginal d'exploitation de l'opérateur et le coût marginal d'usage de l'infrastructure, tandis que la qualité devrait égaliser son bénéfice social marginal agrégé et son coût marginal. La structure intégrée internalise les relations verticales et les effets de qualité, mais elle demeure distordue par le pouvoir de marché : les quantités sont trop faibles et la qualité est choisie en fonction des recettes de l'entreprise plutôt qu'en fonction du surplus total. La séparation verticale non régulée ajoute une distorsion supplémentaire, car les redevances d'accès deviennent des coûts marginaux privés pour les opérateurs alors qu'elles ne sont que des transferts au niveau social. Lorsqu'elles excèdent le coût marginal d'usage du réseau, elles créent une marge amont qui s'ajoute à la marge aval, ce qui engendre une double marginalisation et réduit davantage l'utilisation du réseau. Dans le cas des Grandes Lignes, cette marge amont doit être comprise comme une règle multi-produits dépendant des élasticités propres, des élasticités croisées et du poids relatif des recettes d'accès générées par les différents opérateurs. Enfin, dans les deux structures non régulées, la qualité est choisie à partir de son effet sur les recettes privées plutôt que sur le surplus social. Ces observations justifient l'analyse des instruments de régulation dans les sections suivantes, où les redevances d'accès doivent être combinées avec les contraintes de financement, les incitations à la qualité et, le cas échéant, les règles d'allocation de capacité.

4 Régulation en information complète

Les benchmarks de la section précédente ont mis en évidence deux sources principales de distorsion. La première provient du pouvoir de marché des opérateurs et du gestionnaire d'infrastructure. La seconde provient du fait que la qualité du réseau est choisie par le GI en fonction de ses recettes d'accès, et non en fonction du surplus social total. Cette section étudie les instruments de régulation permettant de corriger ces distorsions lorsque les coûts et l'effort qualité sont observables. La régulation optimale lorsque l'effort qualité est non contractible est également analysée.

Nous considérons d'abord le cas où le régulateur peut utiliser des transferts publics. Ce cas permet d'identifier les instruments nécessaires pour décentraliser le premier rang. Nous étudions ensuite le cas plus restrictif dans lequel le GI doit couvrir ses coûts par les seules redevances d'accès. Cette contrainte financière introduit une logique de Ramsey : les redevances d'accès ne servent plus seulement à orienter les décisions des opérateurs, mais aussi à financer l'infrastructure.

4.1 Régulation avec transferts publics

Supposons d'abord que le régulateur observe les coûts, l'effort qualité et les quantités, et qu'il puisse utiliser des transferts forfaitaires. Puisque les redevances d'accès sont des transferts internes au secteur, leur rôle allocatif consiste à faire percevoir aux opérateurs le coût marginal social d'utilisation du réseau.

Considérons un vecteur de redevances vérifiant

$$a_j = c, \quad j = 0, 1, 2.$$

Chaque opérateur supporte alors un coût marginal privé égal à son coût d'exploitation plus le coût marginal d'usage du réseau.

Cette règle ne suffit toutefois pas, à elle seule, à décentraliser le premier rang lorsque les opérateurs disposent d'un pouvoir de marché sur les marchés aval. En particulier, l'opérateur local se comporte comme un monopoleur, tandis que les deux opérateurs Grandes Lignes se concurrencent à la Cournot. Même avec une redevance d'accès égale au coût marginal d'usage du réseau, les opérateurs tiennent compte de leurs recettes marginales privées, et non de la disposition marginale à payer des usagers.

Pour décentraliser le premier rang, le régulateur doit donc compléter les redevances d'accès au coût marginal par des instruments aval, par exemple des obligations de service, des plafonds tarifaires, des contrats de quantité ou des compensations de service public. Si le régulateur peut imposer directement les quantités de service et l'effort qualité, le premier rang est obtenu en fixant

$$q_j = q_j^{FB}, \quad j = 0, 1, 2,$$

et

$$e = e^{FB}.$$

Les redevances d'accès au coût marginal couvrent alors le coût variable d'usage du réseau. Les recettes du GI sont égales à

$$cQ^{FB},$$

tandis que son coût total est

$$cQ^{FB} + K + \psi(e^{FB}).$$

Le coût fixe et le coût de la qualité doivent donc être couverts par un transfert forfaitaire

$$T^{FB} = K + \psi(e^{FB}).$$

Ce transfert assure l'équilibre budgétaire du GI sans distordre les décisions d'utilisation du réseau.

On obtient ainsi le résultat suivant.

Proposition 1. *En information complète, si le régulateur peut imposer les quantités de service, choisir ou contracter l'effort qualité et utiliser des transferts forfaitaires, le premier rang peut* *être décentralisé par des redevances d'accès égales au coût marginal d'usage de l'infrastructure,*

$$a_j = c, \quad j = 0, 1, 2,$$

et par un transfert forfaitaire au GI couvrant le coût fixe et le coût de l'effort qualité.

Ce résultat clarifie le rôle des redevances d'accès. Dans un monde sans contrainte financière sur les transferts publics, les redevances doivent guider les choix marginaux d'utilisation du réseau. Elles ne doivent pas financer les coûts fixes. Ces coûts doivent être couverts par des instruments forfaitaires, afin de ne pas réduire artificiellement le trafic.

4.2 Régulation sans transferts publics

La conclusion précédente repose sur la disponibilité de transferts forfaitaires. Elle fournit une référence utile, mais elle est institutionnellement restrictive. Dans les secteurs ferroviaires, les transferts publics existent, mais ils sont budgétairement contraints, politiquement coûteux ou soumis à des règles de soutenabilité financière. Il est donc naturel d'étudier le cas où le GI doit couvrir tout ou partie de ses coûts par les redevances d'accès.

Nous supposons dans cette sous-section que le GI doit satisfaire une contrainte d'autofinancement :

$$\sum_{j=0}^{2} a_j q_j \geq cQ + K + \psi(e),$$

où $Q = q_0 + q_1 + q_2$. De manière équivalente,

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j - c) q_j \geq K + \psi(e).$$

Lorsque cette contrainte est contraignante, les redevances d'accès ne peuvent plus être toutes égales au coût marginal c. Elles doivent comporter des marges permettant de financer les coûts fixes et le coût de la qualité.

Les redevances d'accès influencent les quantités à travers les décisions des opérateurs. Pour un vecteur de redevances $a = (a_0, a_1, a_2)$ et un effort qualité e, les quantités induites sont notées

$$q(a, e) = \big(q_0(a, e), q_1(a, e), q_2(a, e)\big).$$

Ces quantités sont déterminées par l'équilibre aval.

L'opérateur local choisit q_0 en monopole. Sa condition de premier ordre est

$$P_0(q_0, e) + \frac{\partial P_0(q_0, e)}{\partial q_0} q_0 = c_0 + a_0. \tag{3}$$

Les deux opérateurs Grandes Lignes se concurrencent à la Cournot. L'opérateur i choisit q_i afin de maximiser

$$\pi_i = (P_i(q_1, q_2, e) - c_i - a_i) q_i - k_i.$$

Sa condition de premier ordre est

$$P_i(q_1, q_2, e) + \frac{\partial P_i(q_1, q_2, e)}{\partial q_i} q_i = c_i + a_i, \quad i = 1, 2. \tag{4}$$

Ces conditions définissent les quantités d'équilibre comme fonctions des redevances et de la qualité.

Le régulateur choisit les redevances d'accès et la qualité afin de maximiser le bien-être social donné par (1) sous la contrainte budgétaire du GI :

$$\max_{a_0, a_1, a_2, e} W(q(a, e), e)$$

sous

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j - c) q_j(a, e) \geq K + \psi(e).$$

Soit $\lambda \geq 0$ le multiplicateur associé à la contrainte budgétaire. La condition de premier ordre par rapport à une redevance a_k est

$$\sum_{j=0}^{2} \frac{\partial W}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda \left[q_k + \sum_{j=0}^{2} (a_j - c) \frac{\partial q_j}{\partial a_k} \right] = 0, \quad k = 0, 1, 2. \tag{5}$$

Cette condition est la règle de Ramsey générale lorsque les quantités sont déterminées par un équilibre aval. Elle indique que l'effet marginal d'une hausse de a_k sur le bien-être, via toutes les quantités d'équilibre, doit être compensé par son effet sur les recettes nettes du GI.

En utilisant les conditions de comportement aval, on peut réécrire

$$\frac{\partial W}{\partial q_j} = (a_j - c) + \nu_j, \qquad j = 0, 1, 2.$$

La condition (5) devient donc

$$\sum_{j=0}^{2} \left[(1 + \lambda)(a_j - c) + \nu_j \right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda q_k = 0, \quad k = 0, 1, 2. \tag{6}$$

Cette équation généralise la règle de Ramsey standard. Lorsque les opérateurs aval sont parfaitement régulés ou price takers, les termes de marge aval disparaissent et l'on retrouve la condition de Ramsey multi-produits usuelle :

$$(1 + \lambda) \sum_{j=0}^{2} (a_j - c) \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda q_k = 0.$$

Sous Cournot, en revanche, les redevances d'accès doivent tenir compte du fait que les quantités sont déjà trop faibles du fait du pouvoir de marché aval. Une hausse de redevance finance le réseau, mais elle renforce aussi une distorsion de quantité préexistante.

Proposition 2. *Lorsque les transferts publics forfaitaires ne sont pas disponibles et que le GI doit couvrir ses coûts par les redevances d'accès, les péages optimaux satisfont une règle de*

Ramsey modifiée par le pouvoir de marché aval. Pour le monopole local, lorsque la demande locale ne dépend que de a_0, la marge d'accès vérifie

$$a_0 - c = \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{a_0}{\varepsilon_{00}} - \frac{\nu_0}{1+\lambda}.$$

Pour les services Grandes Lignes, lorsque $\Delta \neq 0$, les marges d'accès vérifient

$$a_1 - c = \frac{1}{1+\lambda}\left[\lambda a_1 \frac{\rho\varepsilon_{21} - \varepsilon_{22}}{\Delta} - \nu_1\right],$$

et

$$a_2 - c = \frac{1}{1+\lambda}\left[\lambda a_2 \frac{\varepsilon_{12}/\rho - \varepsilon_{11}}{\Delta} - \nu_2\right].$$

La marge d'accès optimale sur les Grandes Lignes dépend donc des élasticités propres, des élasticités croisées et du poids relatif des recettes d'accès.

La proposition montre que la tarification d'accès ne se réduit pas à une règle de Ramsey service par service.[3] Les péages doivent financer l'infrastructure, mais ils doivent aussi tenir compte des distorsions déjà présentes dans l'équilibre aval. Sur le segment Grandes Lignes, la concurrence à la Cournot rend la règle intrinsèquement multi-produits : chaque redevance affecte non seulement la quantité de l'opérateur auquel elle s'applique, mais aussi celle de son concurrent.

La condition de qualité est également modifiée par cette structure. L'effort qualité affecte les quantités d'équilibre et donc à la fois le bien-être et les recettes d'accès. La condition de premier ordre par rapport à e est

$$\sum_{j=0}^{2} \frac{\partial W}{\partial q_j}\frac{\partial q_j}{\partial e} + \frac{\partial W}{\partial e} + \lambda\left[\sum_{j=0}^{2}(a_j - c)\frac{\partial q_j}{\partial e} - \psi'(e)\right] = 0. \tag{7}$$

En utilisant les expressions précédentes pour $\partial W/\partial q_j$, cette condition devient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e}\right] + \sum_{j=0}^{2}\left[(1+\lambda)(a_j - c) + \nu_j\right]\frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\lambda)\psi'(e). \tag{8}$$

Cette condition montre que la qualité a trois effets. Elle augmente directement le surplus des usagers. Elle modifie les quantités dans un environnement où celles-ci sont déjà distordues par les marges aval et les effets croisés de Cournot. Elle élargit enfin l'assiette des redevances d'accès lorsque les péages excèdent le coût marginal. La qualité optimale sous contrainte budgétaire dépend donc à la fois du bénéfice direct pour les usagers, des marges aval, des effets croisés de Cournot et de la valeur budgétaire du trafic supplémentaire.

4.3 Qualité non contractible et incitations du GI

Les résultats précédents supposent que le régulateur peut imposer ou vérifier directement l'effort qualité. Cette hypothèse est forte. Dans la pratique, le régulateur observe imparfaitement

3. Voir Annexe B pour le détail des dérivations.

l'effort de maintenance, la qualité préventive des investissements ou les arbitrages internes du GI entre entretien courant et renouvellement. Il observe plus facilement des indicateurs de résultat : ponctualité, fiabilité, capacité disponible, retards imputables à l'infrastructure.

Supposons donc que l'effort e ne soit pas directement contractible. La qualité de service qui affecte la demande est directement représentée par e, mais le régulateur ne peut pas imposer directement cet effort. Pour un vecteur de redevances $a = (a_0, a_1, a_2)$, le GI choisit e afin de maximiser

$$\pi_I = \sum_{j=0}^{2}(a_j - c)q_j(a, e) - K - \psi(e).$$

Sa condition de premier ordre est

$$\sum_{j=0}^{2}(a_j - c)\frac{\partial q_j(a, e)}{\partial e} = \psi'(e). \tag{9}$$

Cette condition montre que les marges d'accès jouent un rôle incitatif. Si les redevances sont égales au coût marginal, $a_j = c$ pour tout j, le GI ne retire aucun gain marginal d'une hausse du trafic. Dans ce cas, il n'a pas d'incitation financière à fournir un effort qualité, sauf si un contrat de performance complète les redevances d'accès.

À l'inverse, si les redevances excèdent le coût marginal, le GI bénéficie d'une hausse de la demande induite par une meilleure qualité. Les redevances d'accès deviennent alors un instrument indirect d'incitation à la qualité. Mais cet instrument est imparfait : augmenter les redevances peut réduire les quantités demandées par les opérateurs. La régulation fait donc face à un arbitrage entre efficacité allocative et incitation à l'effort.

Pour introduire un contrat de performance sans rendre l'effort parfaitement contractible, supposons que le régulateur observe un indicateur bruité de qualité,

$$\tilde{e} = e + \varepsilon,$$

où ε est un bruit de mesure tel que $\mathbb{E}[\varepsilon] = 0$. Le régulateur ne contracte donc pas sur e, mais sur un signal imparfait de la qualité réalisée.

Si le GI est neutre au risque, un bonus linéaire

$$B(\tilde{e}) = b\tilde{e}$$

fournit une incitation marginale directe à la qualité. En effet,

$$\mathbb{E}[B(\tilde{e}) \mid e] = be,$$

et la condition d'effort devient

$$\left[\sum_{j=0}^{2}(a_j - c)\frac{\partial q_j}{\partial e} + b\right] = \psi'(e). \tag{10}$$

Le paramètre b mesure l'intensité du contrat de performance. Il permet de fournir une incitation à la qualité sans recourir uniquement aux marges d'accès. Lorsque b augmente, le régulateur peut réduire la dépendance des incitations du GI aux redevances d'accès. Cela permet de limiter les distorsions de trafic tout en maintenant une incitation à l'effort.

Cependant, le bonus de qualité n'est pas sans coût ni sans limite. Si le signal $\tilde{e}$ est bruité, un bonus plus fort expose le GI à davantage de risque lorsque celui-ci est avers au risque, ou crée des coûts budgétaires supplémentaires lorsque les fonds publics sont coûteux. Il peut aussi inciter le GI à privilégier les dimensions mesurées de la qualité au détriment de dimensions non mesurées. Le contrat de performance réduit donc la tension entre tarification d'accès et incitation à la qualité, mais ne l'élimine pas entièrement.

Proposition 3. *Lorsque l'effort qualité du GI n'est pas directement contractible, les redevances d'accès affectent non seulement l'utilisation du réseau mais aussi les incitations du GI à investir dans la qualité. Des marges d'accès positives donnent au GI un gain marginal à accroître le trafic par la qualité, mais elles peuvent distordre les quantités. Un contrat de performance fondé sur un indicateur observable, par exemple un bonus linéaire* $B(\tilde{e}) = b\tilde{e}$*, permet de compléter ces incitations. Il réduit la nécessité d'utiliser les seules marges d'accès comme instrument d'incitation, mais son efficacité dépend de la qualité informative du signal observé.*

4.4 Synthèse

L'analyse en information complète fait apparaître quatre conclusions principales.

Premièrement, lorsque les transferts forfaitaires sont disponibles, que la qualité est contractible et que le régulateur peut corriger le pouvoir de marché aval, les redevances d'accès doivent être fixées au coût marginal d'usage du réseau. Les coûts fixes et le coût de la qualité sont alors financés par des transferts non distorsifs. Les redevances ont donc un rôle allocatif, et non un rôle de financement des coûts fixes.

Deuxièmement, lorsque le GI doit couvrir ses coûts par les redevances d'accès, les péages doivent s'écarter du coût marginal. La régulation obéit alors à une logique de Ramsey. Cette logique doit toutefois être adaptée à la structure aval : les opérateurs disposent d'un pouvoir de marché, et les redevances influencent les quantités d'équilibre. Sur les Grandes Lignes, la règle est intrinsèquement multi-produits, car chaque redevance affecte non seulement l'opérateur auquel elle s'applique, mais aussi son concurrent.

Troisièmement, la qualité du réseau est affectée par la contrainte de financement. Lorsque l'effort est contractible, le régulateur choisit la qualité en tenant compte de son bénéfice direct pour les usagers, de son effet sur les quantités et de son effet sur les recettes d'accès. La qualité optimale dépend donc à la fois du surplus des usagers, des marges aval et de la valeur budgétaire du trafic supplémentaire.

Quatrièmement, lorsque l'effort qualité n'est pas directement contractible, les redevances d'accès deviennent aussi des instruments d'incitation. Des marges d'accès positives peuvent encourager le GI à améliorer la qualité, car une meilleure qualité accroît le trafic et donc ses recettes. Mais ces marges peuvent aussi réduire l'utilisation du réseau. Un contrat de performance fondé sur un indicateur observable mais imparfait de qualité peut compléter ces incitations et réduire la dépendance aux seules redevances d'accès.

Ainsi, même en information complète, les redevances d'accès remplissent plusieurs fonctions : orienter l'utilisation du réseau, financer l'infrastructure, tenir compte des distorsions aval et, lorsque l'effort n'est pas contractible, fournir des incitations à la qualité. Ces fonctions ne sont pas toujours compatibles entre elles. La section suivante introduit l'information asymétrique. Lorsque le coût du GI n'est pas parfaitement observé par le régulateur, les redevances et les transferts doivent en plus tenir compte des rentes informationnelles du gestionnaire d'infrastructure.

5 Information asymétrique et régulation incitative

La section précédente supposait que le régulateur observait parfaitement les coûts du gestionnaire d'infrastructure. Cette hypothèse est restrictive. Dans le secteur ferroviaire, le GI dispose généralement d'une information plus précise que le régulateur sur l'état du réseau, les besoins de maintenance, les coûts de renouvellement, les contraintes d'exploitation ou les coûts marginaux associés à l'usage de certaines sections du réseau.

Nous introduisons dans cette section une asymétrie d'information simple : le coût marginal d'usage de l'infrastructure est privé. [4] Cette extension permet d'identifier comment les règles de tarification d'accès obtenues en information complète doivent être modifiées lorsque le régulateur doit aussi limiter les rentes informationnelles du GI.

5.1 Information privée sur le coût du GI

Le coût marginal d'usage du réseau n'est plus supposé connu du régulateur. Il est noté

$$\beta \in [\underline{\beta}, \overline{\beta}],$$

et il est observé par le GI. Le régulateur connaît seulement la distribution de β, donnée par la fonction de répartition H et la densité h. Nous supposons $h(\beta) > 0$ sur tout l'intervalle et la régularité usuelle du taux de hasard inverse :

$$\frac{d}{d\beta}\left(\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right) \geq 0.$$

Un type β faible correspond à un GI efficace, c'est-à-dire à un coût marginal d'usage du réseau plus faible.

Pour un type β, le profit du GI s'écrit

$$\pi_I(\beta) = T(\beta) + \sum_{j=0}^{2}(a_j(\beta) - \beta)q_j(a(\beta), e(\beta)) - K - \psi(e(\beta)),$$

où $T(\beta)$ désigne un transfert public versé au GI. Les quantités

$$q(a, e) = \big(q_0(a, e), q_1(a, e), q_2(a, e)\big)$$

sont induites par la structure aval : un opérateur local en monopole et deux opérateurs Grandes Lignes en concurrence à la Cournot.

4. Nous conservons volontairement une structure simple. Les coûts des opérateurs aval sont supposés observables, et les opérateurs Grandes Lignes continuent de se concurrencer à la Cournot.

Un mécanisme direct spécifie, pour chaque annonce $\hat{\beta}$, un vecteur de redevances, un effort qualité et un transfert :

$$(a(\hat{\beta}), e(\hat{\beta}), T(\hat{\beta})).$$

La rente informationnelle du GI de type β, lorsqu'il annonce $\hat{\beta}$, est

$$U(\beta, \hat{\beta}) = T(\hat{\beta}) + \sum_{j=0}^{2} (a_j(\hat{\beta}) - \beta) q_j(a(\hat{\beta}), e(\hat{\beta})) - K - \psi(e(\hat{\beta})).$$

En vérité, le GI choisit l'annonce qui maximise cette expression. La contrainte d'incitation impose donc

$$U(\beta) = \max_{\hat{\beta}} U(\beta, \hat{\beta}),$$

où $U(\beta) = U(\beta, \beta)$.

Sous les conditions usuelles de régularité, [5] les contraintes d'incitation ont deux implications. Premièrement, le théorème de l'enveloppe donne

$$U'(\beta) = -Q(\beta),$$

où

$$Q(\beta) = \sum_{j=0}^{2} q_j(a(\beta), e(\beta)).$$

Deuxièmement, la propriété de single crossing impose une condition de monotonie sur l'allocation : le trafic total $Q(\beta)$ doit être faiblement décroissant en β.

Si la contrainte de participation du type le moins efficace est saturée,

$$U(\overline{\beta}) = 0,$$

alors

$$U(\beta) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt. \tag{11}$$

En prenant l'espérance de (11), on obtient

$$\mathbb{E}_{\beta}[U(\beta)] = \mathbb{E}_{\beta}\left[\frac{H(\beta)}{h(\beta)} Q(\beta)\right]. \tag{12}$$

Le terme $H(\beta)/h(\beta)$ mesure le coût marginal informationnel associé à une augmentation du trafic. Il joue le rôle d'une correction de coût virtuel.

5. Ces conditions sont celles du modèle usuel de sélection adverse unidimensionnel. L'ensemble des types est un intervalle compact $[\underline{\beta}, \overline{\beta}]$, les fonctions d'allocation et de transfert sont mesurables et suffisamment régulières pour appliquer le théorème de l'enveloppe, et l'utilité du GI satisfait une propriété de single crossing : le type β affecte l'utilité seulement à travers le terme $-\beta Q$, où $Q = \sum_{j=0}^{2} q_j$. Cette propriété implique que le mécanisme est incitatif seulement si $Q(\beta)$ est faiblement décroissant en β. Réciproquement, si cette monotonie de Q est satisfaite, l'équation donnant le taux de croissance de la rente $U'(\beta) = -Q(\beta)$, combinée à $U(\overline{\beta}) = 0$, détermine les rentes par $U(\beta) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt$, et les transferts peuvent être choisis pour implémenter l'allocation.

5.2 Transferts publics coûteux

Considérons d'abord le cas où les transferts publics sont disponibles mais coûteux. Le régulateur peut utiliser $T(\beta)$ pour satisfaire les contraintes de participation et d'incitation du GI, mais chaque euro transféré a un coût marginal social $\mu \geq 0$. Le paramètre μ est exogène. Il doit être distingué du multiplicateur λ, qui sera réservé aux contraintes de financement ou de faisabilité lorsque les transferts sont limités ou impossibles.

Le bien-être social pour un type β, avant substitution du transfert, s'écrit

$$W(\beta) = S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) - \sum_{j=0}^{2} c_j q_j - \sum_{j=0}^{2} k_j - \beta Q - K - \psi(e) - \mu T(\beta).$$

Le transfert est déterminé par l'identité définissant la rente du GI :

$$T(\beta) = U(\beta) - \sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) + K + \psi(e(\beta)).$$

En substituant cette expression dans le bien-être social, en omettant les coûts fixes, on obtient

$$W(\beta) = S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) - (1+\mu)\beta Q - (1+\mu)\psi(e) - \mu U(\beta) + \sum_{j=0}^{2} (\mu a_j - c_j) q_j.$$

Etant donné le poids négatif de la rente informationnelle, il est optimal de saturer celle-ci pour le type le plus inefficace.

En utilisant (12), le régulateur maximise donc point par point, sous réserve de la monotonie de l'activité totale $Q(\beta)$, le critère

$$\Omega(a, e, \beta) = S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) + \sum_{j=0}^{2} \left[\mu a_j - c_j - (1+\mu)\beta - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] q_j - (1+\mu)\psi(e). \quad (13)$$

Le cas $\mu = 0$ correspond à des transferts socialement gratuits. Dans ce cas, les rentes informationnelles du GI peuvent être financées sans coût social additionnel. L'information privée du GI ne crée donc pas de distorsion additionnelle. Cela ne signifie pas nécessairement que l'allocation coïncide avec le premier rang : les distorsions liées au comportement stratégique des opérateurs aval, aux instruments disponibles ou à l'effort qualité peuvent subsister. Lorsque $\mu = 0$, la règle de tarification revient seulement à celle qui prévaudrait en information complète sur β, compte tenu de la structure aval.

Pour chaque service j, rappelons que la condition de comportement de l'opérateur aval implique

$$\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} - c_j = a_j + \nu_j.$$

La condition de premier ordre du régulateur par rapport à une redevance a_k est donc

$$\sum_{j=0}^{2} \left[(1+\mu)(a_j - \beta) + \nu_j - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \mu q_k = 0, \qquad k = 0, 1, 2. \quad (14)$$

Cette condition montre que la marge d'accès est affectée par trois forces : le coût des fonds publics, la correction des marges aval et le coût informationnel du trafic. [6]

Proposition 4. *Supposons que le coût marginal d'usage du réseau β soit privé et que les transferts publics soient disponibles mais coûteux, avec un coût marginal des fonds publics $\mu \geq 0$. Sous les conditions usuelles de régularité et de monotonie incitative, les redevances d'accès optimales vérifient la condition générale*

$$\sum_{j=0}^{2}\left[(1+\mu)(a_j-\beta)+\nu_j-\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right]\frac{\partial q_j}{\partial a_k}+\mu q_k=0, \qquad k=0,1,2.$$

Pour le service local, si la demande locale ne dépend que de a_0, la marge d'accès vérifie

$$a_0-\beta=\frac{1}{1+\mu}\left[\mu\frac{a_0}{\varepsilon_{00}}-\nu_0+\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right].$$

Pour les services Grandes Lignes, lorsque $\Delta \neq 0$, les marges d'accès vérifient

$$a_1-\beta=\frac{1}{1+\mu}\left[\mu a_1\frac{\rho\varepsilon_{21}-\varepsilon_{22}}{\Delta}-\nu_1+\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right],$$

et

$$a_2-\beta=\frac{1}{1+\mu}\left[\mu a_2\frac{\varepsilon_{12}/\rho-\varepsilon_{11}}{\Delta}-\nu_2+\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right].$$

Lorsque $\mu = 0$, la distorsion informationnelle disparaît. Les règles de tarification coïncident alors avec celles qui prévaudraient en information complète sur le coût du GI, compte tenu de la structure aval et des instruments disponibles.

La proposition montre que l'information privée du GI n'affecte les variables réelles que si les rentes informationnelles sont socialement coûteuses. Lorsque les fonds publics sont coûteux, le trafic devient plus coûteux du point de vue du régulateur, non parce qu'il consomme davantage de ressources physiques, mais parce qu'il accroît les rentes informationnelles à financer. En revanche, lorsque $\mu = 0$, ces rentes peuvent être financées sans coût social et ne créent pas de distorsion supplémentaire. Les distorsions restantes proviennent alors de la structure aval, et non de l'information privée du GI.

5.3 Absence de transferts

Supposons maintenant que les transferts publics vers le GI soient impossibles. On impose donc

$$T(\beta)=0$$

pour tout type β. Le régulateur choisit les redevances d'accès

$$a(\beta)=(a_0(\beta),a_1(\beta),a_2(\beta))$$

et l'effort qualité $e(\beta)$, sous les contraintes d'incitation du GI, de participation du GI, de financement type par type et d'équilibre aval. L'objectif du régulateur reste de maximiser le surplus

6. Voir Annexe C pour le détail des dérivations.

social espéré, mais la rente informationnelle du GI doit désormais être générée uniquement par les marges d'accès.

Pour un mécanisme direct $(a(\hat{\beta}), e(\hat{\beta}))$, l'utilité du GI est

$$U(\beta, \hat{\beta}) = \sum_{j=0}^{2} (a_j(\hat{\beta}) - \beta) q_j(a(\hat{\beta}), e(\hat{\beta})) - K - \psi(e(\hat{\beta})).$$

On note $U(\beta) \equiv U(\beta, \beta)$ la rente informationnelle véridique du type β. La contrainte d'incitation implique, comme précédemment,

$$U'(\beta) = -Q(\beta), \qquad Q(\beta) \equiv \sum_{j=0}^{2} q_j(\beta).$$

La contrainte de participation du GI impose

$$U(\beta) \geq 0 \qquad \forall \beta.$$

Comme $Q(\beta) \geq 0$, la rente est décroissante en β. La contrainte de participation pertinente est donc celle du type le moins efficace, $\overline{\beta}$. À l'optimum, cette contrainte est saturée,[7]

$$U(\overline{\beta}) = 0.$$

On obtient alors

$$U(\beta) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt.$$

En l'absence de transferts publics, cette rente ne peut plus être financée par $T(\beta)$. Elle doit être couverte, pour chaque type, par les recettes nettes d'accès. La contrainte de financement type par type s'écrit donc

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) - K - \psi(e(\beta)) \geq \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt.$$

Dans le cas intérieur où le type β est servi et où la contrainte de financement est active, cette contrainte est saturée :

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) - K - \psi(e(\beta)) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt. \tag{15}$$

Cette contrainte est plus forte que la condition en espérance obtenue dans le cas avec transferts. Elle impose que les redevances d'accès financent simultanément le coût fixe, l'effort qualité et les rentes informationnelles du GI pour chaque type β.[8]

7. Si $U(\overline{\beta}) > 0$, toutes les rentes du GI peuvent être réduites du même montant sans modifier les incitations ni l'allocation réelle. Une telle réduction relâche la contrainte de financement par les péages. Il n'est donc jamais optimal de laisser une rente strictement positive au type $\overline{\beta}$.

8. Pour certains types très coûteux, la contrainte de financement peut être impossible à satisfaire sans distordre excessivement les redevances et les quantités. Le régulateur peut alors réduire fortement le trafic associé à ces types, voire les exclure. Cette possibilité correspond à une forme limite de pooling : plusieurs types reçoivent une allocation nulle ou minimale. Les conditions marginales ci-dessous valent pour les types servis et hors zones

Soit $\lambda(\beta) \geq 0$ le multiplicateur associé à la contrainte de financement du type β. Comme cette contrainte est imposée type par type, une variation du trafic associé au type β affecte aussi les rentes informationnelles des types plus efficaces. Il est donc utile de définir

$$\Gamma(\beta) \equiv \frac{1}{h(\beta)} \int_{\underline{\beta}}^{\beta} \lambda(t) h(t)\, dt. \tag{16}$$

Le terme $\Gamma(\beta)$ mesure la valeur marginale, pondérée par les multiplicateurs de financement, des rentes informationnelles que génère une unité supplémentaire de trafic au type β.[9] En effet, une augmentation de $Q(\beta)$ accroît les rentes à laisser à tous les types plus efficaces $t \leq \beta$.[10]

Notons également que le coût fixe K du GI intervient directement dans la contrainte de financement et, de ce fait, pèse sur les valeurs d'équilibre de $\lambda(\beta)$ et $\Gamma(\beta)$. Cette caractéristique distingue clairement la régulation optimale sans transferts de celle avec transferts coûteux où le coût fixe K n'intervient en aucun cas dans la détermination des péages optimaux.

Les conditions marginales de tarification s'écrivent alors

$$\sum_{j=0}^{2} \left[(1+\lambda(\beta))(a_j(\beta)-\beta) + \nu_j(\beta) - \Gamma(\beta)\right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda(\beta) q_k(\beta) = 0, \qquad k = 0, 1, 2. \tag{17}$$

Ces conditions doivent être satisfaites conjointement avec la contrainte de financement type par type (15) et les conditions d'équilibre aval.

Pour le service local, lorsque la demande locale est indépendante des redevances appliquées aux services Grandes Lignes, on obtient

$$a_0(\beta) - \beta = \frac{1}{1+\lambda(\beta)} \left[\lambda(\beta) \frac{a_0(\beta)}{\varepsilon_{00}(\beta)} - \nu_0(\beta) + \Gamma(\beta)\right]. \tag{18}$$

Pour les services Grandes Lignes, lorsque $\Delta(\beta) \neq 0$, les marges d'accès vérifient

$$a_1(\beta) - \beta = \frac{1}{1+\lambda(\beta)} \left[\lambda(\beta) a_1(\beta) \frac{\rho(\beta)\varepsilon_{21}(\beta) - \varepsilon_{22}(\beta)}{\Delta(\beta)} - \nu_1(\beta) + \Gamma(\beta)\right], \tag{19}$$

et

$$a_2(\beta) - \beta = \frac{1}{1+\lambda(\beta)} \left[\lambda(\beta) a_2(\beta) \frac{\varepsilon_{12}(\beta)/\rho(\beta) - \varepsilon_{11}(\beta)}{\Delta(\beta)} - \nu_2(\beta) + \Gamma(\beta)\right]. \tag{20}$$

L'absence de transferts rend donc la régulation plus contrainte que dans le cas avec transferts coûteux. Les péages d'accès ne servent plus seulement à orienter les quantités et à réduire le besoin de fonds publics ; ils deviennent l'unique instrument permettant de financer les coûts du GI, l'effort qualité et les rentes informationnelles. Le terme $\Gamma(\beta)$ capture précisément le coût marginal de ces rentes lorsque les contraintes de financement sont imposées type par type.

---

d'exclusion ou de bunching.

9. Voir Annexe D pour le détail des dérivations.
10. Remarquons que si l'on imposait artificiellement un multiplicateur constant $\lambda(\beta) = \lambda$, alors

$$\Gamma(\beta) = \lambda \frac{H(\beta)}{h(\beta)}.$$

Ce cas particulier rapproche formellement la condition sans transferts de celle obtenue avec un coût exogène des fonds publics. Il ne correspond toutefois pas au cas général, puisque les contraintes de financement sont ici imposées type par type.

5.4 Effort qualité

Avec transferts coûteux. [11] Lorsque les transferts publics sont disponibles mais coûteux, l'effort qualité est choisi à partir du même objectif que les redevances d'accès. En différenciant (13) par rapport à e, on obtient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e}\right] + \sum_{j=0}^{2} \left[(1+\mu)(a_j - \beta) + \nu_j - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right] \frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\mu)\psi'(e). \tag{21}$$

Le premier terme mesure le bénéfice direct de la qualité pour les usagers, à travers son effet direct sur l'effort de qualité e. Le second terme mesure l'effet indirect de la qualité sur les quantités transportées. Une hausse de l'effort accroît généralement le trafic, ce qui modifie les surplus aval, les marges d'accès et les rentes informationnelles du GI.

Le terme

$$-\mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \frac{\partial q_j}{\partial e}$$

est la correction informationnelle propre à l'asymétrie d'information. Lorsque $\partial q_j / \partial e > 0$, une meilleure qualité augmente le trafic et donc les rentes informationnelles à laisser aux types efficaces. Si les fonds publics sont coûteux, c'est-à-dire si $\mu > 0$, cet effet réduit l'incitation du régulateur à accroître l'effort qualité.

Lorsque $\mu = 0$, cette distorsion informationnelle disparaît. La condition devient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e}\right] + \sum_{j=0}^{2} [a_j - \beta + \nu_j] \frac{\partial q_j}{\partial e} = \psi'(e).$$

L'information privée du GI ne distord alors plus directement l'effort qualité. Cependant, l'effort ne coïncide pas nécessairement avec le premier rang, car les quantités restent induites par la structure aval et par les instruments disponibles.

Sans transferts. [12] Lorsque les transferts publics sont impossibles, l'effort qualité doit être compatible avec la contrainte de financement type par type. Les redevances d'accès ne servent plus seulement à orienter le trafic. Elles doivent aussi financer le coût fixe, le coût de l'effort et les rentes informationnelles du GI.

La condition marginale de choix de l'effort s'écrit alors

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e}\right] + \sum_{j=0}^{2} [(1+\lambda(\beta))(a_j(\beta) - \beta) + \nu_j(\beta) - \Gamma(\beta)] \frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\lambda(\beta))\psi'(e(\beta)). \tag{22}$$

Cette condition a la même interprétation générale que dans le cas avec transferts coûteux, mais le coût informationnel du trafic n'est plus pondéré par un coût exogène des fonds publics μ. Il est pondéré par la rareté endogène des recettes d'accès nécessaires pour satisfaire les contraintes de financement et d'incitation. Le terme $\Gamma(\beta)$ réduit l'attractivité d'un effort qui accroît le trafic, non parce que la qualité serait socialement moins utile, mais parce que le trafic supplémentaire augmente les rentes informationnelles à financer par les péages.

11. Voir Annexe E pour le détail des dérivations.
12. Voir Annexe E pour le détail des dérivations.

Si les contraintes de financement sont fortement contraignantes pour les types efficaces, $\Gamma(\beta)$ est élevé. Dans ce cas, une hausse de la qualité, en augmentant le trafic, accroît fortement les rentes à financer par les péages. Toutes choses égales par ailleurs, cet effet réduit l'effort qualité optimal.

6 Conclusion

Cet article a proposé une analyse de la tarification d'accès et de la qualité du réseau dans un secteur ferroviaire verticalement séparé. La séparation entre le gestionnaire d'infrastructure et les opérateurs de transport modifie profondément les instruments de régulation. Les péages d'accès ne sont pas seulement des instruments de financement du réseau : ils influencent aussi les décisions des opérateurs, l'intensité de la concurrence, les incitations à la qualité et les rentes informationnelles.

Le premier enseignement du modèle est que l'équilibre non régulé est généralement inefficace. Le gestionnaire d'infrastructure fixe les redevances en fonction de ses recettes propres, tandis que les opérateurs aval choisissent leurs quantités en tenant compte de leurs profits privés. Cette organisation produit une double marginalisation : les redevances d'accès augmentent les coûts marginaux privés des opérateurs, et les opérateurs exercent eux-mêmes un pouvoir de marché sur les marchés aval. Pour le service local, cette double marginalisation prend la forme d'une marge d'accès ajoutée à la marge de monopole. Pour les services Grandes Lignes, les marges d'accès doivent être caractérisées comme un système, car chaque redevance affecte non seulement la quantité de l'opérateur auquel elle s'applique, mais aussi celle de son concurrent.

Le deuxième enseignement concerne la régulation en information complète. Si le régulateur peut imposer les quantités, contracter la qualité et utiliser des transferts forfaitaires, le premier rang peut être décentralisé par des redevances d'accès égales au coût marginal d'usage du réseau. Les coûts fixes et le coût de l'effort qualité doivent alors être financés par des transferts non distorsifs. Cette allocation de référence clarifie le rôle des péages : lorsqu'il n'existe pas de contrainte budgétaire, ils doivent guider les décisions marginales d'utilisation du réseau, et non financer les coûts fixes.

Lorsque les transferts publics sont absents ou fortement contraints, cette séparation n'est plus possible. Les péages doivent contribuer au financement du gestionnaire d'infrastructure. La tarification optimale suit alors une logique de Ramsey, mais cette logique dépend de la structure concurrentielle aval. Pour le monopole local, elle conduit à une formule inverse-élasticité corrigée par la marge aval. Pour les services Grandes Lignes, elle prend la forme d'une règle multi-produits qui dépend des effets propres et croisés des redevances sur les quantités d'équilibre de Cournot. La régulation optimale doit donc arbitrer entre le besoin de financement du réseau, la sous-production induite par le pouvoir de marché aval et les interdépendances stratégiques entre opérateurs.

Le troisième enseignement porte sur l'information asymétrique. Lorsque le gestionnaire d'infrastructure connaît mieux que le régulateur son coût marginal d'usage du réseau, la régulation doit laisser une rente informationnelle aux types efficaces. Cette rente augmente avec le volume de trafic. Le coût pertinent de l'accès n'est donc plus seulement le coût physique du réseau, mais un coût virtuel qui inclut un terme informationnel. Les péages d'accès doivent alors intégrer trois forces : un terme de financement de type Ramsey, une correction liée au pouvoir de marché aval et un terme de rente informationnelle. Pour les Grandes Lignes, cette correction informationnelle s'insère dans une règle multi-produits avec effets croisés, et non dans une simple formule inverse-élasticité propre.

Le quatrième enseignement concerne la qualité du réseau. Lorsque l'effort qualité est contractible, il peut être choisi directement dans le contrat de régulation et coordonné avec les péages. Lorsque cet effort n'est pas contractible, le gestionnaire d'infrastructure choisit la qualité en fonction de ses propres incitations. Les péages affectent alors la qualité en modifiant le rendement marginal privé du trafic pour le gestionnaire d'infrastructure. Une baisse des redevances peut stimuler l'activité aval, mais elle peut aussi affaiblir les incitations à la maintenance ou à l'amélioration du réseau. Inversement, des redevances plus élevées peuvent renforcer les recettes et les incitations du gestionnaire d'infrastructure, mais au prix d'une distorsion de l'offre aval. La tarification d'accès et la politique de qualité doivent donc être pensées conjointement.

Le message général est que la régulation ferroviaire ne peut pas être réduite au calcul d'un péage fondé sur le coût marginal. Dans un réseau verticalement séparé, les péages affectent simultanément le financement, la concurrence, la qualité et les rentes informationnelles. Une régulation cohérente doit donc articuler tarification d'accès, contraintes budgétaires et contrats de qualité. Cette articulation est particulièrement importante lorsque les transferts publics sont limités ou lorsque l'effort du gestionnaire d'infrastructure n'est pas parfaitement observable.

Plusieurs extensions mériteraient d'être étudiées. Une première extension porterait sur la régulation par plafond de recettes. Un revenue cap peut discipliner le gestionnaire d'infrastructure en limitant les recettes qu'il prélève sur les opérateurs, mais il peut aussi modifier les incitations à la qualité et entrer en tension avec la contrainte de financement du réseau. Il serait donc utile d'analyser comment un plafond de recettes interagit avec les règles de Ramsey, les rentes informationnelles et les contrats de performance.

Une deuxième extension consisterait à introduire explicitement la régulation de l'entrée. L'ouverture des services Grandes Lignes soulève des problèmes spécifiques de congestion, d'allocation de capacité et de sélection des opérateurs. Les péages peuvent alors servir non seulement à orienter l'utilisation marginale du réseau, mais aussi à influencer la décision d'entrée. Un droit fixe d'accès, une enchère pour sélectionner un monopole local ou une tarification différenciée des sillons pourraient être analysés comme des instruments complémentaires de régulation. Dans ce cadre, il faudrait distinguer les coûts sociaux de congestion et d'éviction des simples pertes de rente des opérateurs en place.

Une troisième extension porterait sur une information privée des opérateurs aval, en plus de celle du gestionnaire d'infrastructure. Les péages devraient alors tenir compte non seulement du coût virtuel du gestionnaire d'infrastructure, mais aussi des rentes informationnelles des opérateurs. Cette extension conduirait à un problème de mécanisme avec information bilatérale, dans lequel les décisions de tarification, de qualité et de participation seraient encore plus étroitement liées.

Ces extensions prolongeraient le résultat central du papier : dans le transport ferroviaire, les péages d'accès sont des instruments multidimensionnels. Ils ne financent pas seulement l'infrastructure. Ils orientent les décisions des opérateurs, affectent la qualité du réseau, redistribuent les rentes et déterminent la soutenabilité du système régulé.

Références

Mark Armstrong and David Sappington. Recent developments in the theory of regulation. In M. Armstrong and R. Porter, editors, *Handbook of Industrial Organization*, volume 3, pages 1557–1700. Elsevier, 2007.

Mark Armstrong, Chris Doyle, and John Vickers. The access pricing problem : A synthesis. *Journal of Industrial Economics*, 44(2) :131–150, 1996.

William J. Baumol and J. Gregory Sidak. The pricing of inputs sold to competitors. *Yale Journal on Regulation*, 11 :171–202, 1994.

William J. Baumol, John Panzar, and Robert Willig. *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*. Harcourt Brace Jovanovich, New York, 1982.

David Besanko and Shana Cui. Regulated versus negotiated access pricing in vertically separated railway systems. *Journal of Regulatory Economics*, 55(1) :1–32, 2019.

Francis Bloch and Philippe Gagnepain. Access pricing and regulation in international rail transport. 2025.

Marcel Boiteux. Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire. *Econometrica*, 24(1) :22–40, 1956.

European Commission. Commission staff working document accompanying the report from the commission to the european parliament and the council : Seventh monitoring report on the development of the rail market under article 15(4) of directive 2012/34/eu. Commission Staff Working Document SWD(2021) 1 final, European Commission, Directorate-General for Mobility and Transport, Brussels, 2021. URL https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:52021SC0001. Accompanying document to COM(2021) 5 final.

Matthias Finger and Pierre Messulam, editors. *Rail Economics, Policy and Regulation in Europe*. Edward Elgar, Cheltenham, 2015.

Philippe Gagnepain and Marc Ivaldi. Incentive regulatory policies : The case of public transit systems in france. *RAND Journal of Economics*, 33(4) :605–629, 2002.

Ricardo García-Ródenas, Esteve Codina, Luis Cadarso, María Luz López-García, and José Ángel Martín-Baos. A model for pricing freight rail transport access costs : Economic and environmental perspectives. *arXiv preprint arXiv :2504.04257*, 2025.

International Transport Forum. Efficiency in railway operations and infrastructure management. Technical Report 177, International Transport Forum (ITF/OECD), Paris, 2019. URL https://www.itf-oecd.org/efficiency-railway-operations-and-infrastructure-management.

David Kennedy. Regulating access to the railway network. *Utilities Policy*, 6(1) :57–67, 1997.

Jean-Jacques Laffont and Jean Tirole. *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation.* MIT Press, Cambridge, MA, 1993.

Heike Link, Jan-Eric Nilsson, and Chris Nash. Network access charges and cost recovery in the railway sector. *Research in Transportation Economics*, 36(1) :46–55, 2012.

Chris Nash. Competition and regulation in rail transport. In A. de Palma, R. Lindsey, E. Quinet, and R. Vickerman, editors, *Handbook of Transport Economics.* Edward Elgar, 2011.

John Preston. Competition for long distance passenger rail services : the emerging evidence. Technical report, OECD Publishing Paris, France, 2009.

Marta Sánchez-Borràs, Chris Nash, Pedro Abrantes, and Andrés López-Pita. Rail access charges and the competitiveness of high speed trains. *Transport Policy*, 17(2) :102–109, 2010.

Kenneth A. Small and Erik Verhoef. *The Economics of Urban Transportation.* Routledge, 2007.

John Vickers and George Yarrow. *Privatization : An Economic Analysis.* MIT Press, Cambridge, MA, 1988.

Annexe

A Marges relatives d'accès

En notant
$$L_i \equiv \frac{a_i - c}{a_i}, \quad i = 1, 2,$$
les conditions (3.3) deviennent
$$\varepsilon_{11} L_1 + \rho \varepsilon_{21} L_2 = -1,$$
et
$$\frac{\varepsilon_{12}}{\rho} L_1 + \varepsilon_{22} L_2 = -1.$$
Si
$$\Delta = \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - \varepsilon_{12}\varepsilon_{21} \neq 0,$$
la solution explicite est
$$\frac{a_1 - c}{a_1} = \frac{\rho\varepsilon_{21} - \varepsilon_{22}}{\Delta},$$
et
$$\frac{a_2 - c}{a_2} = \frac{\varepsilon_{12}/\rho - \varepsilon_{11}}{\Delta}.$$

B Preuve de la proposition 2

La condition générale de tarification est
$$\sum_{j=0}^{2} \left[(1+\lambda)(a_j - c) + \nu_j\right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda q_k = 0, \quad k = 0, 1, 2.$$

Pour le service local, lorsque la demande locale est indépendante des redevances appliquées aux services Grandes Lignes, cette condition se réduit à
$$\left[(1+\lambda)(a_0 - c) + \nu_0\right] \frac{\partial q_0}{\partial a_0} + \lambda q_0 = 0.$$
En utilisant la définition de ε_{00}, on obtient
$$(1+\lambda)(a_0 - c) + \nu_0 = \lambda \frac{a_0}{\varepsilon_{00}},$$
d'où
$$a_0 - c = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{a_0}{\varepsilon_{00}} - \frac{\nu_0}{1+\lambda}.$$

Pour les deux services Grandes Lignes, posons seulement pour alléger l'écriture
$$B_i = (1+\lambda)(a_i - c) + \nu_i, \qquad i = 1, 2.$$
Les conditions de premier ordre associées à a_1 et a_2 sont
$$B_1 \frac{\partial q_1}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial q_2}{\partial a_1} + \lambda q_1 = 0,$$

et

$$B_1 \frac{\partial q_1}{\partial a_2} + B_2 \frac{\partial q_2}{\partial a_2} + \lambda q_2 = 0.$$

En posant, uniquement dans cette preuve,

$$X_i = \frac{B_i}{a_i}, \qquad i = 1, 2,$$

et en utilisant les élasticités ainsi que le rapport de recettes d'accès définis précédemment, ce système s'écrit

$$\varepsilon_{11} X_1 + \rho \varepsilon_{21} X_2 = -\lambda,$$

et

$$\frac{\varepsilon_{12}}{\rho} X_1 + \varepsilon_{22} X_2 = -\lambda.$$

Lorsque $\Delta \neq 0$, la résolution du système donne

$$X_1 = \lambda \frac{\rho \varepsilon_{21} - \varepsilon_{22}}{\Delta},$$

et

$$X_2 = \lambda \frac{\varepsilon_{12}/\rho - \varepsilon_{11}}{\Delta}.$$

En revenant aux B_i, puis aux marges d'accès, on obtient

$$a_1 - c = \frac{1}{1+\lambda} \left[\lambda a_1 \frac{\rho \varepsilon_{21} - \varepsilon_{22}}{\Delta} - \nu_1 \right],$$

et

$$a_2 - c = \frac{1}{1+\lambda} \left[\lambda a_2 \frac{\varepsilon_{12}/\rho - \varepsilon_{11}}{\Delta} - \nu_2 \right].$$

Cela établit la proposition.

C Preuve de la Proposition 4

On considère le cas où le coût marginal d'usage du réseau β est privé et où les transferts publics sont disponibles mais coûteux. Le coût marginal social des fonds publics est noté $\mu \geq 0$.

Pour un mécanisme direct

$$(a(\hat{\beta}), e(\hat{\beta}), T(\hat{\beta})),$$

la rente informationnelle du GI de type β est

$$U(\beta, \hat{\beta}) = T(\hat{\beta}) + \sum_{j=0}^{2} (a_j(\hat{\beta}) - \beta) q_j(a(\hat{\beta}), e(\hat{\beta})) - K - \psi(e(\hat{\beta})).$$

La compatibilité incitative implique

$$U(\beta) = \max_{\hat{\beta}} U(\beta, \hat{\beta}).$$

Sous les conditions usuelles de régularité et de single crossing, le théorème de l'enveloppe donne

$$U'(\beta) = -Q(\beta),$$

où

$$Q(\beta) = \sum_{j=0}^{2} q_j(a(\beta), e(\beta)).$$

Si la contrainte de participation du type le moins efficace est saturée, $U(\overline{\beta}) = 0$, alors

$$U(\beta) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt.$$

En prenant l'espérance et en intégrant par parties, on obtient

$$\mathbb{E}_\beta[U(\beta)] = \mathbb{E}_\beta \left[\frac{H(\beta)}{h(\beta)} Q(\beta) \right].$$

Le transfert se déduit de la définition de la rente :

$$T(\beta) = U(\beta) - \sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) + K + \psi(e(\beta)).$$

Le bien-être social avant substitution est

$$S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) - \sum_{j=0}^{2} c_j q_j - \beta Q - K - \psi(e) - \mu T(\beta).$$

En substituant $T(\beta)$, on obtient

$$S + V - (1+\mu)\beta Q - (1+\mu)K - (1+\mu)\psi(e) - \mu U(\beta) + \sum_{j=0}^{2} (\mu a_j - c_j) q_j.$$

En utilisant l'expression de l'espérance de la rente informationnelle, le régulateur maximise point par point, à un terme constant près, l'objectif virtuel

$$\Omega(a, e, \beta) = S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) + \sum_{j=0}^{2} \left[\mu a_j - c_j - (1+\mu)\beta - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] q_j - (1+\mu)\psi(e).$$

Différencions Ω par rapport à une redevance a_k. Comme les quantités sont induites par l'équilibre aval, $q_j = q_j(a, e)$, on obtient

$$\sum_{j=0}^{2} \left[\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} + \mu a_j - c_j - (1+\mu)\beta - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \mu q_k = 0.$$

La condition de comportement de l'opérateur aval implique

$$\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} - c_j = a_j + \nu_j.$$

En substituant cette expression dans la condition précédente, on obtient

$$\sum_{j=0}^{2} \left[(1+\mu)(a_j - \beta) + \nu_j - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \mu q_k = 0, \qquad k = 0, 1, 2.$$

C'est la condition générale de tarification avec transferts publics coûteux.

Pour le service local, si la demande locale ne dépend que de a_0, la condition précédente devient

$$\left[(1+\mu)(a_0-\beta)+\nu_0-\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right]\frac{\partial q_0}{\partial a_0}+\mu q_0=0.$$

En utilisant la définition de ε_{00}, on obtient

$$(1+\mu)(a_0-\beta)+\nu_0-\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}=\mu\frac{a_0}{\varepsilon_{00}}.$$

Donc

$$a_0-\beta=\frac{1}{1+\mu}\left[\mu\frac{a_0}{\varepsilon_{00}}-\nu_0+\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right].$$

Pour les deux services Grandes Lignes, posons seulement pour alléger l'écriture

$$M_i=(1+\mu)(a_i-\beta)+\nu_i-\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)},\qquad i=1,2.$$

Les conditions de premier ordre associées à a_1 et a_2 s'écrivent

$$M_1\frac{\partial q_1}{\partial a_1}+M_2\frac{\partial q_2}{\partial a_1}+\mu q_1=0,$$

et

$$M_1\frac{\partial q_1}{\partial a_2}+M_2\frac{\partial q_2}{\partial a_2}+\mu q_2=0.$$

En utilisant les élasticités et le rapport de recettes d'accès définis précédemment, ce système devient

$$M_1\varepsilon_{11}+M_2\rho\varepsilon_{21}+\mu a_1=0,$$

et

$$M_1\frac{\varepsilon_{12}}{\rho}+M_2\varepsilon_{22}+\mu a_2=0.$$

Lorsque $\Delta\neq 0$, la résolution donne

$$M_1=\mu a_1\frac{\rho\varepsilon_{21}-\varepsilon_{22}}{\Delta},$$

et

$$M_2=\mu a_2\frac{\varepsilon_{12}/\rho-\varepsilon_{11}}{\Delta}.$$

En remplaçant M_i par sa définition, on obtient

$$a_1-\beta=\frac{1}{1+\mu}\left[\mu a_1\frac{\rho\varepsilon_{21}-\varepsilon_{22}}{\Delta}-\nu_1+\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right],$$

et

$$a_2-\beta=\frac{1}{1+\mu}\left[\mu a_2\frac{\varepsilon_{12}/\rho-\varepsilon_{11}}{\Delta}-\nu_2+\mu\frac{H(\beta)}{h(\beta)}\right].$$

Cela établit la proposition.

D Dérivation des conditions de tarification sans transferts

Dans le régime sans transferts, le régulateur ne peut pas utiliser de transfert public pour financer le GI. La rente informationnelle du GI doit donc être financée par les marges d'accès. Nous avons :

$$U'(\beta) = -Q(\beta), \qquad Q(\beta) = \sum_{j=0}^{2} q_j(\beta).$$

Comme $Q(\beta) \geq 0$, la rente du GI est décroissante en β. La contrainte de participation du type le moins efficace est donc la contrainte pertinente. Elle est saturée à l'optimum :

$$U(\overline{\beta}) = 0.$$

On obtient alors

$$U(\beta) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt.$$

La contrainte de financement type par type s'écrit donc

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) - K - \psi(e(\beta)) \geq \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt.$$

Dans le cas intérieur où le type β est servi et où la contrainte de financement est active, cette contrainte est saturée :

$$\sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) - K - \psi(e(\beta)) = \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t)\, dt.$$

Soit $\lambda(\beta) \geq 0$ le multiplicateur associé à cette contrainte. Les conditions ci-dessous sont des conditions locales, valables dans les régions où l'allocation est différentiable et où les types considérés sont servis.

En omettant les termes qui n'affectent pas les conditions de premier ordre, le lagrangien espéré s'écrit

$$\mathcal{L} = \int_{\underline{\beta}}^{\overline{\beta}} \left[S + V - \sum_{j=0}^{2} c_j q_j - \beta Q - K - \psi(e) \right] h(\beta) d\beta$$

$$+ \int_{\underline{\beta}}^{\overline{\beta}} \lambda(\beta) \left[\sum_{j=0}^{2} (a_j(\beta) - \beta) q_j(\beta) - K - \psi(e(\beta)) - \int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t) dt \right] h(\beta) d\beta.$$

Le dernier terme peut être réécrit en changeant l'ordre d'intégration :

$$\int_{\underline{\beta}}^{\overline{\beta}} \lambda(\beta) \left[\int_{\beta}^{\overline{\beta}} Q(t) dt \right] h(\beta) d\beta = \int_{\underline{\beta}}^{\overline{\beta}} \left[\int_{\underline{\beta}}^{t} \lambda(\beta) h(\beta) d\beta \right] Q(t) dt.$$

Par conséquent, une augmentation marginale de $Q(\beta)$ accroît les rentes informationnelles des types plus efficaces et a un prix implicite égal à

$$\int_{\underline{\beta}}^{\beta} \lambda(t) h(t) dt.$$

En divisant par $h(\beta)$, on obtient

$$\Gamma(\beta) = \frac{1}{h(\beta)} \int_{\underline{\beta}}^{\beta} \lambda(t)h(t)dt.$$

En différenciant le lagrangien espéré par rapport à $a_k(\beta)$, on obtient

$$\sum_{j=0}^{2} \left[\frac{\partial(S+V)}{\partial q_j} - c_j - \beta + \lambda(\beta)(a_j(\beta) - \beta) - \Gamma(\beta) \right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda(\beta) q_k(\beta) = 0.$$

En utilisant la condition de premier ordre aval

$$\frac{\partial(S+V)}{\partial q_j} - c_j = a_j + \nu_j,$$

on obtient

$$\sum_{j=0}^{2} \left[(1+\lambda(\beta))(a_j(\beta) - \beta) + \nu_j(\beta) - \Gamma(\beta) \right] \frac{\partial q_j}{\partial a_k} + \lambda(\beta) q_k(\beta) = 0.$$

Pour le service local, comme q_0 dépend seulement de a_0, cette condition donne

$$a_0(\beta) - \beta = \frac{1}{1+\lambda(\beta)} \left[\lambda(\beta) \frac{a_0(\beta)}{\varepsilon_{00}(\beta)} - \nu_0(\beta) + \Gamma(\beta) \right].$$

Pour les deux services Grandes Lignes, posons

$$M_i(\beta) = (1+\lambda(\beta))(a_i(\beta) - \beta) + \nu_i(\beta) - \Gamma(\beta), \qquad i = 1, 2.$$

Les conditions de premier ordre sont

$$M_1(\beta) \frac{\partial q_1}{\partial a_1} + M_2(\beta) \frac{\partial q_2}{\partial a_1} + \lambda(\beta) q_1 = 0,$$

et

$$M_1(\beta) \frac{\partial q_1}{\partial a_2} + M_2(\beta) \frac{\partial q_2}{\partial a_2} + \lambda(\beta) q_2 = 0.$$

En utilisant les élasticités et le rapport de recettes d'accès définis précédemment, ces deux équations peuvent être réécrites comme

$$M_1(\beta)\varepsilon_{11}(\beta) + M_2(\beta)\rho(\beta)\varepsilon_{21}(\beta) + \lambda(\beta)a_1(\beta) = 0,$$

et

$$M_1(\beta) \frac{\varepsilon_{12}(\beta)}{\rho(\beta)} + M_2(\beta)\varepsilon_{22}(\beta) + \lambda(\beta)a_2(\beta) = 0.$$

La résolution de ce système donne

$$M_1(\beta) = \lambda(\beta)a_1(\beta) \frac{\rho(\beta)\varepsilon_{21}(\beta) - \varepsilon_{22}(\beta)}{\Delta(\beta)},$$

et

$$M_2(\beta) = \lambda(\beta)a_2(\beta) \frac{\varepsilon_{12}(\beta)/\rho(\beta) - \varepsilon_{11}(\beta)}{\Delta(\beta)}.$$

En remplaçant $M_i(\beta)$ par sa définition, on obtient les expressions annoncées pour $a_1(\beta) - \beta$ et

$a_2(\beta) - \beta$.

E Détermination de la qualité optimale avec transferts coûteux et sans transferts

Lorsque les transferts publics sont coûteux, le régulateur maximise l'objectif suivant point par point

$$\Omega(a, e, \beta) = S(q_0, e) + V(q_1, q_2, e) + \sum_{j=0}^{2} \left[\mu a_j - c_j - (1+\mu)\beta - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] q_j - (1+\mu)\psi(e).$$

En différenciant par rapport à e, on obtient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e} \right] + \sum_{j=0}^{2} \left[\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} + \mu a_j - c_j - (1+\mu)\beta - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] \frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\mu)\psi'(e).$$

En utilisant la condition de premier ordre aval

$$\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} - c_j = a_j + \nu_j,$$

on obtient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e} \right] + \sum_{j=0}^{2} \left[(1+\mu)(a_j - \beta) + \nu_j - \mu \frac{H(\beta)}{h(\beta)} \right] \frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\mu)\psi'(e).$$

Lorsque les transferts publics sont impossibles, les contraintes de financement type par type ont pour multiplicateurs $\lambda(\beta) \geq 0$. Dans le lagrangien espéré, une augmentation marginale de $Q(\beta)$ affecte le terme de rente de tous les types plus efficaces. Cela génère le terme

$$\Gamma(\beta) = \frac{1}{h(\beta)} \int_{\underline{\beta}}^{\beta} \lambda(t) h(t)\, dt.$$

En différenciant le lagrangien espéré par rapport à $e(\beta)$, on tient compte de trois effets : le bénéfice direct de l'effort de qualité, son effet sur les quantités transportées, et son coût direct pour le GI. On obtient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e} \right] + \sum_{j=0}^{2} \left[\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} - c_j - \beta + \lambda(\beta)(a_j(\beta) - \beta) - \Gamma(\beta) \right] \frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\lambda(\beta))\psi'(e(\beta)).$$

En utilisant la même condition aval,

$$\frac{\partial (S+V)}{\partial q_j} - c_j = a_j + \nu_j,$$

on obtient

$$\left[\frac{\partial S}{\partial e} + \frac{\partial V}{\partial e} \right] + \sum_{j=0}^{2} \left[(1+\lambda(\beta))(a_j(\beta) - \beta) + \nu_j(\beta) - \Gamma(\beta) \right] \frac{\partial q_j}{\partial e} = (1+\lambda(\beta))\psi'(e(\beta)).$$

Cette équation établit la condition de qualité optimale sans transferts.