Concurrence Non-Exclusive et Sélection Adverse *

Andrea Attar † Thomas Mariotti ‡ François Salanié §

19 mai 2018

Résumé

Nous proposons dans cet article un survol de travaux récents sur la concurrence lorsqu'il y a sélection adverse et non-exclusivité : c'est-à dire qu'un acheteur informé peut échanger simultanément avec plusieurs vendeurs. Nous discutons les résultats de différents jeux, selon que l'on autorise des tarifs linéaires, en ordre-limite, convexes, ou arbitraires. Nous soulignons les difficultés d'existence de l'équilibre et caractérisons l'unique tarif robuste à l'entrée.

Mots-clefs : Concurrence, Non-Exclusivité, Sélection Adverse.
Classification JEL : D43, D82, D86.

*Nous remercions la chaire SCOR–TSE pour son appui.

†Toulouse School of Economics, CNRS, Université Toulouse Capitole, Toulouse, France, et Università degli Studi di Roma "Tor Vergata," Rome, Italie.

‡Toulouse School of Economics, CNRS, Université Toulouse Capitole, Toulouse, France.

§Toulouse School of Economics, INRA, Université Toulouse Capitole, Toulouse, France.

1 Introduction

La sélection adverse est un phénomène assez général : lorsque le vendeur d'un bien est mieux informé que les acheteurs sur sa qualité, le simple fait qu'il le mette en vente signale que sa qualité n'est sans doute pas très élevée. Akerlof (1970) illustre combien cet effet peut affecter le marché d'un bien indivisible, jusqu'à provoquer sa disparition. Rothschild et Stiglitz (1976) montrent dans le cas de l'assurance qu'un acheteur informé peut transmettre de l'information de manière crédible aux vendeurs en choisissant un niveau de couverture moins élevé quand son risque est faible ; et que ce comportement peut se révéler incompatible avec l'existence d'un équilibre en stratégies pures [1].

Ces deux articles se placent dans un cadre dit exclusif, parce que chaque agent ne peut finalement échanger qu'avec un seul autre agent : la voiture d'occasion prise comme exemple par Akerlof est indivisible par nature, et l'assurance automobile étudiée par Rothschild et Stiglitz est exclusive dans la plupart des pays. Pourtant, pour un bien divisible, le cas non-exclusif semble être le plus fréquent : que ce soit sur les marchés financiers ou sur les marchés de biens, en général rien n'empêche un agent d'échanger simultanément avec plusieurs autres agents, sans que chacun de ceux-ci en soit informé.

Peu de travaux se sont concentrés sur le cas non-exclusif, peut-être pour des raisons de complexité : la présence de sélection adverse exclut l'emploi de la théorie de l'équilibre général [2], si bien que la concurrence est étudiée dans des modèles avec agents stratégiques, bien plus difficiles à résoudre. La littérature sur le sujet soulève les questions suivantes : est-il possible de transmettre de l'information en réduisant la quantité échangée ? Des équilibres en stratégies pures existent-ils ? Les tarifs d'équilibre sont ils linéaires, convexes ? Enfin, comment évaluer normativement la performance d'un marché non-exclusif ?

Avant de donner quelques réponses, il nous faut cependant clarifier ce que nous entendons par un modèle stratégique de concurrence. Pour fixer la terminologie, plaçons-nous dans le cas d'un marché financier. Un acheteur unique [3] fait face à plusieurs vendeurs identiques. L'hypothèse-clef est que l'acheteur détient une information privilégiée sur la valeur du titre échangé. Sachant cela, les vendeurs vont naturellement se méfier : en effet, si l'acheteur exprime une forte demande, c'est sans doute que son information est favorable, et donc que

1. Un équilibre unique en stratégies mixtes a été récemment caractérisé par Farinha Luz (2017).

2. Depuis l'article fondateur de Prescott et Townsend (1984), cette théorie s'est cependant peu à peu étendue pour couvrir le cas exclusif en sélection adverse ; nous renvoyons le lecteur aux acticles récents de Dubey et Geanakoplos (2002), Bisin et Gottardi (2006), et Azevedo et Gottlieb (2017).

3. Faite par souci de simplicité, cette hypothèse implique logiquement que l'acheteur est identifiable par chaque vendeur, et autorise l'emploi de tarifs non-linéaires. L'hypothèse inverse devrait favoriser l'émergence de tarifs linéaires, qui sont étudiés dans la Section 3.

le coût d'opportunité de lui fournir le titre est élevé. Les profits des vendeurs dépendent ainsi directement de l'information de l'acheteur (on parle de valeur commune), et c'est cette propriété qui peut créer un phénomène de sélection adverse.

Une telle situation est un exemple d'interaction stratégique entre de multiples principaux non informés, faisant face à un unique agent informé. L'étude de ces situations remonte au début des années 90, avec les articles de David Martimort (Martimort (1992)) et Lars Stole (Stole (1990)). La théorie des jeux a permis d'en développer des approches générales, reposant sur un Principe de Délégation (Peters (2001), Martimort and Stole (2002)) que l'on peut très rapidement résumer comme suit. Supposons que toute communication doit avoir lieu lors de rencontres bilatérales entre l'agent et chacun des principaux. Ainsi, dans chacune de ces rencontres, l'agent est le seul à disposer d'une information privée, qui porte à la fois sur son type et sur la teneur des discussions qu'il a pu avoir avec d'autres principaux. L'agent peut donc se comporter avec ce principal comme il le désire, par exemple en lui annonçant qu'il n'est pas très intéressé à l'échange, ou qu'il a obtenu de meilleures offres ailleurs ; peu importe que cela soit vrai ou non, pourvu que cela permette à l'agent d'obtenir son contrat préféré dans l'ensemble des contrats que ce principal est prêt à accepter. Autrement dit, tout se passe comme si chaque principal définissait un ensemble de contrats qu'il est prêt à accepter, et déléguait à l'agent le soin de choisir un contrat dans cet ensemble.

Ce Principe de Délégation nous permet donc de nous ramener à un jeu de concurrence similaire à celui proposé par Bertrand, où chaque vendeur définit initialement une offre de contrats. Une différence importante est que la demande n'est pas déterministe, mais émane d'un acheteur stratégique dont le type représente un risque de marché. Puisque la réalisation d'une forte demande signale un coût d'opportunité élevé, cet évènement est une mauvaise nouvelle pour les vendeurs, et ceux-ci vont chercher à se couvrir contre ce risque. Chaque vendeur est ainsi tenté de limiter la quantité qu'il est prêt à vendre à un prix donné, ce qui lui permet de rejeter, au moins en partie, les gros achats vers ses concurrents. Construire un équilibre nécessite de rendre cohérents ces comportements, ce qui dépend *in fine* de la forme des tarifs que peuvent proposer les vendeurs. Dans la suite de l'article, nous considérerons tour à tour différentes possibilités, selon que ces tarifs sont linéaires, en ordres-limite, ou encore arbitraires. Nous verrons comment des tarifs convexes peuvent émerger à l'équilibre en dépit de la non-exclusivité ; comment un tarif convexe particulier, dit JHG, joue un rôle central, en lien avec l'idée de libre entrée ; enfin, comment l'existence même d'équilibres en stratégies pures peut présenter certaines difficultés. Nous conclurons sur les aspects normatifs d'efficacité contrainte des économies de marché.

2 Le modèle

Le modèle décrit une situation canonique de concurrence, dans laquelle des vendeurs identiques affichent simultanément des offres pour attirer un acheteur unique, informé de son type, lequel a un impact direct sur les coûts des vendeurs (valeur commune). Le déroulement du jeu est le suivant. Dans une première étape, le type i de l'acheteur est tiré dans une distribution à support compact, qui selon les travaux considérés sera discrète ou continue. Seul l'acheteur apprend son type. Dans une seconde étape, des vendeurs identiques indexés par $k = 1, \ldots, K$ affichent simultanément des offres, c'est-à-dire des ensembles d'échanges qu'ils sont prêts à accepter. Un échange (q, t) prévoit la fourniture d'une quantité positive q contre un transfert t. Une offre peut donc de manière équivalente être représentée comme un tarif $t(q)$, muni de son ensemble de définition, et nous utiliserons indifféremment ces deux présentations. Enfin, à la dernière étape du jeu, l'acheteur observe les offres et décide quelle quantité échanger avec chaque vendeur ; il peut bien sûr choisir de ne pas échanger avec certains d'entre eux, ce qui revient à échanger $(0, 0)$.

Soit (q^k, t^k) l'échange réalisé avec le vendeur k. Dans toute la suite les quantités et transferts agrégés sont notés comme suit :

$$Q = \sum_k q^k, \quad T = \sum_k t^k.$$

On suppose que pour l'acheteur seules ces variables agrégées importent, et on représente ses préférences par une fonction $u_i(Q, T)$, continue et quasi-concave en (Q, T), et strictement décroissante en T. Dans le cas de la vente d'assurance, on peut par exemple imaginer que l'acheteur est plus ou moins adverse au risque, ou plus ou moins enclin à avoir des accidents, si bien qu'une couverture Q obtenue contre une prime T ne sera pas évaluée de la même façon par les différents types d'acheteurs. Dans le cas d'un marché financier, l'acheteur peut disposer d'une information privée sur la valeur du titre échangé. Dans ces deux cas, la littérature ordonne les différents types de l'acheteur en fonction de leur disposition à acheter, selon une condition de Spence–Mirrlees :

Pour tous $Q < Q'$, T, T', et $i < j$, $u_i(Q, T) \leq u_i(Q', T')$ implique $u_j(Q, T) < u_j(Q', T')$.

En particulier, si l'on note $D_i(p)$ la demande[4] au prix p d'un acheteur de type i, alors nécessairement $D_i(p) \leq D_j(p)$ si $i < j$.

4. Ou une sélection arbitraire s'il y a plusieurs solutions au problème $\max \{u_i(q, pq) : q \geq 0\}$. Notons que la quasi-concavité de u_i entraîne que la correspondance de demande du type i est hémi-continue supérieurement, même si elle n'est pas nécessairement décroissante par rapport au prix p.

Les exemples ci-dessus ont illustré le fait que le profit du vendeur dépend de l'information détenue par l'acheteur. Nous faisons donc l'hypothèse que le profit d'un vendeur qui échange (q, t) avec un acheteur de type i est égal à

$$t - c_i q.$$

Toujours en accord avec ces exemples, nous supposons que le coût c_i croît avec le type i de l'acheteur. La sélection adverse résulte ainsi de ces deux hypothèses : les acheteurs les plus enthousiastes sont aussi ceux qui occasionnent les coûts les plus élevés. Nous nous plaçons donc délibérément dans le cas où l'asymétrie d'information est la plus contraignante, de façon à étudier les limites de la concurrence. Enfin, nous définissons l'espérance conditionnelle suivante, qui jouera un grand rôle dans la suite :

$$\bar{c}_i = \mathbf{E}[c_j \,|\, j \geq i].$$

Les sections qui suivent décrivent les équilibres Bayésiens parfaits en stratégies pures de ce jeu, en fonction du type d'offre autorisé : tarif linéaire, ordre-limite, tarif convexe, tarif arbitraire. Dans tous les cas, nous imposons une propriété de compacité sur les offres qui assure que le problème de l'acheteur admet une solution : face à de telles offres, on peut toujours trouver une famille d'échanges $((q^1, t^1), \ldots, (q^K, t^K))$ qui maximise

$$u_i\left(\sum_k q^k, \sum_k t^k\right).$$

3 Concurrence en tarifs linéaires

Akerlof (1970) et Pauly (1974) partent tous deux du constat que des biens de qualités différentes sont indiscernables par le marché. En conséquence, ils postulent que ces biens doivent être vendus au même prix, et justifient ainsi l'étude de tarifs linéaires. Mais seul Pauly considère le cas d'un bien divisible, ce qui le conduit à une généralisation du résultat d'Akerlof. Le raisonnement de Pauly est en fait très simple ; par un argument de concurrence à la Bertrand, le prix d'équilibre est simplement déterminé par la condition de profit nul, et un équilibre existe sous de hypothèses très générales. Si le marché est actif à l'équilibre, on obtient l'égalité suivante :

$$p = \frac{\mathbf{E}[c_i D_i(p)]}{\mathbf{E}[D_i(p)]}.$$

Lorsque le bien est indivisible, les termes de demande sont identiquement égaux à zéro ou à un, et on retrouve la formule d'Akerlof. En particulier, la sélection adverse fait que les types actifs sont les plus coûteux à servir, et augmente le prix au dessus du coût moyen de tous les types, pour devenir égal au coût moyen des types actifs. Lorsque le bien est divisible, les coûts des types actifs sont pondérés par leur demande, ce qui renforce encore l'effet ci-dessus : le prix d'équilibre est alors supérieur au coût moyen des types actifs. Dans l'ensemble, les types les moins coûteux font face à un prix trop élevé par rapport à leur coûts propres, et vice-versa pour les types les plus coûteux. Quant aux vendeurs, ils font des pertes sur les volumes d'échange les plus importants, et des profits sur les faibles volumes.

4 Concurrence en ordre-limite unique

Il est clair que dans la situation ci-dessus, chaque vendeur est tenté de refuser les échanges au delà d'un certain volume, afin de limiter les pertes survenant quand l'acheteur a un type coûteux. Nous définissons donc un ordre-limite $(p, \overline{q})$ comme l'engagement par un vendeur de fournir au prix p toute quantité inférieure ou égale à $\overline{q}$. Notons que cela donne à chaque vendeur une déviation strictement profitable dans l'équilibre en tarifs linéaires examiné à la section précédente. Nous nous proposons ici d'étudier le jeu dans lequel chaque vendeur est autorisé à employer un seul ordre-limite, dans l'esprit des modèles de concurrence à la Bertrand–Edgeworth (Allen et Hellwig (1986)).

Dans le paragraphe suivant, nous montrons que, dès qu'il y a sélection adverse, ce jeu en ordre-limite unique n'admet généralement pas d'équilibre en stratégies pures. L'idée est qu'un ordre-limite permet à chaque vendeur de rejeter une partie de la demande des types les plus coûteux sur les autres vendeurs. Pour que cette demande soit satisfaite, il faut donc que le prix d'équilibre soit assez élevé. Mais dans ce cas tous les vendeurs voudraient satisfaire l'intégralité de la demande des types les moins coûteux, ce qui est impossible.

Preuve Supposons qu'un équilibre existe et que certains types d'acheteurs soient actifs. Comme dans le cas de concurrence à la Bertrand, dans tout équilibre le plus bas prix p doit être offert par au moins deux vendeurs. De plus, chacun d'entre eux pourrait offrir un prix légèrement plus faible, et choisir la quantité maximale $\bar{q}$ pour obtenir finalement un profit arbitrairement proche de

$$b^* \equiv \max\{\mathbf{E}[(p - c_i)\min\{\overline{q}, D_i(p)\}] : \overline{q} \geq 0\}. \tag{1}$$

D'autre part, en étant actif au prix p aucun vendeur ne peut espérer gagner plus que b^*. Ces arguments montrent qu'à l'équilibre chaque vendeur doit obtenir exactement b^*. Mais l'ensemble des profits à partager est

$$\mathbf{E}[(p-c_i)\min\{Q^*, D_i(p)\}], \tag{2}$$

où Q^* est l'offre totale au prix p. Puisque ce profit agrégé correspond à celui d'un ordre-limite (p, Q^*), il est par définition inférieur ou égal à b^*. Comme au moins deux vendeurs obtiennent b^*, on en déduit que b^* doit être nul. Donc le profit de chaque vendeur est nul, ainsi que la somme des profits (2). Comme la fonction $\mathbf{E}[(p-c_i)\min\{Q, D_i(p)\}]$ est concave en Q, négative ou nulle partout puisque b^* est nul, et s'annule en $Q=0$ et en $Q=Q^*>0$, on en déduit qu'elle s'annule en tout $Q \in [0, Q^*]$. En particulier, les profits sont nuls quand Q est plus petit que toutes les demandes $D_i(p)$ des types actifs. On obtient ainsi l'égalité

$$p = \mathbf{E}[c_i \,|\, D_i(p) > 0].$$

Cette égalité implique que les profits agrégés (2) sont égaux à la covariance de $p - c_i$ et de $\min\{Q^*, D_i(p)\}$, et donc que cette covariance doit être nulle. Mais comme c_i et $D_i(p)$ sont croissants en i, cela est impossible, à moins que l'un au moins de ces deux termes soit constant sur tous les types actifs ; ce qui nous amène à discuter les trois cas suivants :

1. c_i est constant pour tous les types actifs : dans ce cas, on a nécessairement $p = c_I$, et une condition d'existence très restrictive est que tous les types d'acheteur ayant une demande $D_i(c_I)$ strictement positive ont le même coût c_I.
2. $Q^* < D_i(p)$ pour tous les types actifs : mais alors chaque vendeur est indispensable et pourrait donc dévier en proposant une faible quantité à un prix légèrement supérieur à p, puisqu'ainsi il attirerait profitablement tous les types actifs. Ce cas est donc impossible.
3. Tous les types actifs ont la même demande au prix p, ce qui est un cas exceptionnel sous la condition de Spence–Mirrlees. ■

Autrement dit, il est impossible de stabiliser un marché sur lequel chaque vendeur tente de rejeter les types d'acheteur les plus coûteux vers les autres vendeurs. Ainsi, alors même que l'ordre-limite est un instrument très utilisé sur les marchés financiers en raison de sa capacité à limiter les risques, c'est paradoxalement cette capacité qui le rend déstabilisateur en présence de sélection adverse. Du point de vue de la théorie des jeux, ceci appelle à étudier des équilibres en stratégies mixtes ; mais ce n'est pas une tâche facile. Ajoutons que d'un point de vue social, introduire une telle randomisation supplémentaire serait de toute façon nuisible à l'efficacité de l'équilibre.

5 Le cas général

Certains marchés financiers centralisent toutes les offres et les demandes dans un carnet d'ordres, sans doute par souci de transparence. Cela permet de procéder publiquement à une transaction dès qu'une offre est compatible avec une demande. Un tel fonctionnement ressemble beaucoup à notre modèle d'un marché financier : des teneurs de marché alimentent le carnet d'ordres en offres, jusqu'à ce qu'un acheteur émette à son tour un ordre d'achat. Une différence intéressante avec la section précédente est que chaque teneur de marché peut simultanément offrir plusieurs ordres-limite. Une telle possibilité correspond à l'affichage d'un tarif convexe en fonction des quantités : la logique du carnet d'ordres veut en effet qu'un acheteur épuise d'abord l'ordre affichant le prix le plus bas, avant de passer au prix immédiatement supérieur, et ainsi de suite.

Il semble donc approprié de s'intéresser d'abord aux équilibres de notre jeu pour lesquels les vendeurs affichent des tarifs convexes, c'est-à-dire des tarifs qui peuvent être implémentés par une collection (peut-être infinie !) d'ordres-limite. En revanche, nous autorisons n'importe quel type de déviations, de façon à assurer que ces équilibres exhibent une certaine forme de robustesse [5].

5.1 Effets stratégiques et tarif JHG

Biais, Martimort et Rochet (2000) est le premier article à résoudre un jeu général de concurrence stratégique non-exclusive en sélection adverse. Ils postulent une distribution des types continue sur un intervalle. Une des idées-clefs est de distinguer deux types de problèmes. Le premier est le problème de l'acheteur, qui doit sélectionner des quantités face à une collection de tarifs $(t^1, \ldots, t^K)$:

$$\max \left\{ u_i \left(\sum_k q^k, \sum_k t^k(q^k) \right) : (q^1, \ldots, q^K) \in \mathbb{R}_+^K \right\}.$$

Le second type de problème est celui que doit résoudre chaque vendeur, étant donnés les tarifs offerts par ses concurrents. L'idée ici est de se ramener à un problème plus simple où le vendeur fait face à un agent dont les préférences intègrent les offres des autres vendeurs : ainsi tout se passe comme si le vendeur (appelons-le 1, pour fixer un indice) était en situation de monopole face à un acheteur dont les préférences indirectes sont données par

$$v_i(q,t) \equiv \max \left\{ u_i \left(q + \sum_{k \geq 2} q^k, t + \sum_{k \geq 2} t^k(q^k) \right) : (q^2, \ldots, q^K) \in \mathbb{R}_+^{K-1} \right\}. \tag{3}$$

5. Attar, Mariotti et Salanié (2018) vérifient que les résultats restent qualitativement similaires lorsque seules les déviations en tarifs convexes sont autorisées.

Tous ces programmes admettent des conditions du premier ordre, qui sont assez régulières puisque l'on se concentre sur le cas où les tarifs sont convexes, et donc presque partout dérivables. Les auteurs montrent que ces conditions caractérisent un candidat unique, qui se trouve être symétrique, dans le sens où chaque vendeur propose le même tarif et procède aux mêmes échanges. Une fois connu ce candidat, la partie la plus technique consiste à vérifier que l'on a bien trouvé un maximum global pour chacun des programmes ci-dessus ; ce qui prouve bien que l'on a caractérisé l'unique équilibre en tarifs convexes. De nombreux résultats de statique comparative s'ensuivent.

Notons que lorsque le nombre de vendeurs est faible, de complexes effets stratégiques apparaissent, qui compliquent beaucoup la vérification des conditions de second ordre. Le résultat d'existence d'un équilibre requiert ainsi de nombreuses hypothèses sur les préférences (supposées quadratiques), les coûts, et la distribution des types [6]. Sous ces hypothèses, chaque vendeur fait face à un acheteur dont les préférences (3) sur les échanges que ce vendeur propose dépendent de ce que ses concurrents ont proposé. On comprend en effet que si les autres vendeurs proposent d'échanger n'importe quelle quantité à un prix constant, alors le vendeur considéré fait face à une demande parfaitement élastique. A l'inverse, si les autres vendeurs offrent un tarif très convexe, le vendeur considéré pourra plus aisément bénéficier de son pouvoir de marché en réduisant les quantités qu'il offre, puisque l'acheteur n'a pas d'alternative [7].

A l'équilibre, les vendeurs réalisent des profits strictement positifs en exploitant leur pouvoir de marché. Pour réduire l'impact de ce facteur, on peut rendre la concurrence plus vive en faisant tendre le nombre de vendeurs vers l'infini. Les auteurs montrent que le tarif agrégé d'équilibre converge alors vers un tarif particulier, déjà étudié par Jaynes (1978), Hellwig (1988) et Glosten (1994) ; nous l'appellons donc le tarif JHG dans la suite. Ce tarif peut être vu comme une généralisation de l'approche d'Akerlof. Il consiste à tarifer toute quantité *marginale* au coût moyen des types qui l'achètent :

$$T^{*\prime}(Q) = \mathbf{E}[c_j \,|\, Q_j^* \geq Q], \tag{4}$$

où chaque Q_j^* est solution du problème $\max\{u_j(Q, T^*(Q)) : Q \geq 0\}$ du type j de l'acheteur. La condition de Spence-Mirrlees assure en fait que la solution Q_j^* croît avec j, ce qui nous

6. Voir Back et Baruch (2013) et Biais, Martimort et Rochet (2013) pour des extensions du champ d'application de cette méthode.

7. Mentionnons ici que les conditions d'existence reviennent à imposer que la convexité du tarif d'équilibre t^* décroît avec le volume échangé ($t^{*\prime\prime\prime}(q) \leq 0$). Les distorsions liées au pouvoir de marché sont donc moins importantes pour les types les plus coûteux de l'acheteur ; cela permet notamment d'assurer que ceux-ci achètent de plus grandes quantités, comme le requiert la condition de Spence–Mirrlees.

permet de réécrire l'égalité ci-dessus comme une caractérisation de l'allocation JHG :

$$T^{*\prime}(Q_i^*) = \mathbf{E}[c_j \,|\, j \geq i] \equiv \overline{c}_i. \tag{5}$$

Or la croissance de c_i implique celle de $\overline{c}_i$. Ceci prouve d'après (4) que $T^{*\prime}(Q)$ est croissant en Q, et donc que le tarif T^* est bien convexe. Notons que par construction ce tarif réalise un profit nul : en fait, le profit est nul sur chaque quantité marginale. En revanche, les profits réalisés sur chaque type i ne sont pas nuls : ils sont strictement positifs pour les types les moins coûteux, pour lesquels $T^{*\prime}(Q_i)$ est plus élevé que le coût c_i, et strictement négatifs pour les types les plus coûteux [8]. Une autre remarque est que le tarif JHG est le tarif concurrentiel linéaire habituel quand les coûts ne dépendent pas du type, soit en l'absence de sélection adverse. Enfin, Glosten prouve une propriété remarquable de l'allocation implémentée par le tarif JHG. Cette allocation est en effet la seule à être robuste à l'entrée, dans le sens suivant : face au tarif JHG, aucun entrant ne peut proposer un autre tarif et faire des profits, sachant que l'acheteur peut simultanément profiter des deux tarifs de façon non-exclusive. Il est donc tout à fait satisfaisant d'obtenir ce tarif agrégé à la limite lorsque le nombre de vendeurs devient très grand.

5.2 Le résultat d'Akerlof pour un bien divisible avec préférences linéaires

Il existe un cas simple qui ne présente aucune difficulté d'existence, et qui consiste à généraliser le résultat d'Akerlof au cas d'un bien divisible. Dans le cadre de notre modèle [9], nous allons supposer que chaque acheteur peut acheter jusqu'à une unité du bien, et qu'il a des préférences linéaires :

$$u_i(Q,T) = \theta_i Q - T, \quad Q \in [0,1],$$

où les θ_i croissent avec le type i de l'acheteur. Définissons i^* comme la borne inférieure des types i tels que $\theta_i > \overline{c}_i$, et soit $p^* \equiv \overline{c}_{i^*}$. Dans le cas d'un bien indivisible, le seul instrument que les vendeurs peuvent utiliser pour attirer l'acheteur est le prix p demandé pour vendre une unité du bien. En conséquence, le prix d'équilibre doit être tel qu'aucun vendeur ne peut proposer un prix plus faible et faire des profits. On montre facilement que l'unique allocation d'équilibre est la suivante : tous les types $i \geq i^*$ achètent une unité du bien au prix p^*, et tous les types $i < i^*$ restent inactifs.

8. Le même résultat a été montré dans la Section 3 dans le cas de tarifs linéaires.

9. Pour être plus proche du marché des voitures d'occasion, on pourrait bien sûr ici échanger les rôles de l'acheteur et des vendeurs, au prix d'un simple changement de variables.

Lorsque le bien est divisible, les vendeurs peuvent proposer des tarifs très compliqués, continus ou non, ou avec des points isolés, en fonction de la quantité échangée. En dépit de cette grande liberté de choix du côté de l'offre, Attar, Mariotti et Salanié (2011) montrent que tout équilibre doit aboutir à la même allocation que dans le cas divisible. De plus, l'existence d'un équilibre est assurée : par exemple, il existe un équilibre où tous les vendeurs proposent le même prix unitaire p^* quelle que soit la quantité demandée. Ces résultats sont valides sous des conditions très générales, quelle que soit la distribution des types[10]. Ils suggèrent que l'allocation d'Akerlof devrait être la règle sur beaucoup de marchés, y compris certains marchés financiers, dans la mesure où les préférences prennent la forme linéaire décrite ci-dessus, sous contrainte de capacité.

La preuve est assez difficile, en particulier parce que le résultat de profit nul n'est pas facile à démontrer. Le plus simple ici est sans doute de se concentrer sur les équilibres dans lesquels un vendeur est inactif. Supposons alors qu'il existe un type i qui achète strictement moins d'une unité : $Q_i < 1$. Le vendeur inactif peut alors proposer la quantité résiduelle $1 - Q_i$ au prix unitaire θ_i. Par construction, le type i est indifférent, et est donc prêt à acheter une unité au total, en continuant à acheter Q_i aux autres vendeurs. La condition de Spence–Mirrlees assure alors que tous les types $j \geq i$ vont se comporter de la même façon. Au total, le vendeur qui a dévié obtient un profit moyen égal à

$$(\theta_i - \overline{c}_i)(1 - Q_i).$$

A l'équilibre, ce profit doit être négatif ou nul. Cela implique que l'on doit avoir $Q_i = 1$ pour tous les types i tels que $\theta_i > \overline{c}_i$. Puisque Q_i croît avec i, cela prouve que $Q_i = 1$ pour tous les types $i \geq i^*$. Enfin, Q_i doit être nul pour tous les types $i < i^*$, car sinon les profits agrégés des vendeurs seraient strictement négatifs.

Le raisonnement ci-dessus nous a bien permis de retrouver l'allocation d'Akerlof. Le lecteur aura remarqué que nous avons en fait trouvé l'unique allocation robuste à l'entrée. En particulier, le tarif linéaire avec pente p^* qui implémente cette allocation est un exemple de tarif JHG : chaque quantité marginale est tarifée au coût moyen des types qui l'achètent (voir la définition en (5)). Cela confirme le rôle essentiel joué par ce tarif dans les marchés non-exclusifs. Une autre propriété intéressante est que ce tarif prévoit un prix pour toutes les quantités entre zéro et un, alors même que les acheteurs achètent soit zéro soit une unité. Certaines offres sont donc proposées sans être utilisées à l'équilibre. De telles offfres dites latentes existent nécessairement ; pour le voir, supposons que seule l'unité reçoit le prix

10. La seule condition requise est que $\theta_i \geq c_i$ pour tout atome i de la distribution des types.

p^*. Alors un vendeur pourrait dévier en proposant une quantité $q < 1$ à un prix unitaire légèrement inférieur à p^*. On vérifie facilement que cette offre attire un petit intervalle de types autour de i^*, à un prix proche de p^*. Elle est donc profitable, parce qu'elle n'attire pas les types les plus coûteux, qui continuent à acheter l'unité aux autres vendeurs. Ainsi, en l'absence d'offre latente un vendeur peut dévier pour attirer les types les plus profitables (déviation dite d'écrémage). En revanche, si tous les vendeurs offrent toutes les quantités au prix p^*, alors la déviation décrite ci-dessus attire tous les types les blus coûteux, étant donné qu'ils peuvent acheter le complément $1-q$ aux autres vendeurs ; par conséquent la déviation n'est pas profitable, et ne menace pas l'équilibre.

La concurrence non-exclusive diffère ainsi de la concurrence exclusive : les équilibres doivent être soutenus par des offres latentes qui ne sont pas utilisées à l'équilibre mais servent à décourager certaines déviations. Notons que dans cet équilibre où tous les vendeurs annoncent qu'ils sont prêts à vendre n'importe quelle quantité au prix p^*, l'acheteur peut choisir une clef de répartition quelconque, par exemple acheter un $K^{\text{ième}}$ de sa demande à chacun des K vendeurs, ou tout acheter à un vendeur arbitraire, ou choisi au hasard. Le résultat d'unicité porte sur les quantités agrégées, et non sur les transactions individuelles.

5.3 Un problème d'existence d'équilibre

La comparaison de ces deux articles conduit au constat suivant. Dans le premier article, les préférences sont quadratiques et un équilibre n'existe que sous des conditions fortes sur la distribution des types (supposée continue) et les coûts ; l'allocation d'équilibre diffère de l'allocation JHG en raison d'effets stratégiques. Dans le second article, les préférences sont linéaires, avec une borne sur l'ensemble de consommation, et un équilibre existe sous des conditions très générales ; il implémente l'allocation JHG, qui est celle obtenue en l'absence d'effets stratégiques par un raisonnement de libre entrée. Certains travaux ont donc tenté de mieux comprendre ces différences.

A cette fin, Attar, Mariotti et Salanié (2014) étudient le modèle à deux types, avec des préférences générales pour l'acheteur, simplement supposées strictement convexes. Les résultats diffèrent fortement de ceux de Biais, Martimort, et Rochet. On commence par montrer que le seul tarif d'équilibre possible est le tarif JHG : le bon type choisit la quantité qu'il préfère au coût moyen $\bar{c}_1$, le mauvais type ajoute à celle-ci la quantité supplémentaire $Q_2^* - Q_1^*$ qu'il choisit librement au prix c_2 (voir la définition en (5)) ; par exemple, dans le cas de l'assurance, on peut interpréter ces deux offres comme une couverture de base et une couverture complémentaire. De plus, aucun vendeur ne peut être indispensable pour vendre

Q_1^* ; autrement ce vendeur pourrait augmenter légèrement son prix et faire des profits. Cela implique que la quantité Q_1^* reste disponible au prix $\overline{c}_1$, même si un des vendeurs retire son offre. Chaque vendeur dispose alors d'une déviation double, qui d'une part inclut la déviation d'écrémage (pour le bon type, offrir une quantité légèrement plus faible que celle qu'il lui achète à l'équilibre, à un prix légèrement inférieur : cette offre est profitable si seul le type 1 l'accepte), et d'autre part lui permet de rejeter les pertes faites sur le mauvais type sur les concurrents (suggérer au mauvais type de se faire passer pour un bon type auprès de ses concurrents en leur achetant Q_1^*, tout en lui proposant une quantité légèrement supérieure à $Q_2^* - Q_1^*$ à un prix légèrement inférieur à c_2 : cette offre fait des pertes négligeables sur le type 2). Ainsi, dans le cas de l'assurance, le vendeur cherche à ne conserver que les risques faibles sur la couverture de base, à attirer les risques élevés sur la couverture complémentaire, tout en les amenant à acheter la couverture de base chez ses concurrents. Dans ce cadre à deux types, cette déviation fonctionne bien, et aucun équilibre en stratégies pures ne peut exister, sauf dans le cas dégénéré où $Q_1^* = 0$, et où il n'y a donc pas de gains à l'échange avec le type 1 au prix $\overline{c}_1$.

Attar, Mariotti et Salanié (2018) généralisent ce résultat négatif à un modèle dans lequel le nombre de types est fini, en restreignant leur attention au cas des tarifs convexes, tout en conservant des préférences très générales pour l'acheteur. La clef est de remarquer que, lorsque les tarifs sont convexes, les préférences indirectes (3) héritent des préférences initiales les propriétés de stricte quasi-concavité et de Spence–Mirrlees. En conséquence, il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures employant des tarifs convexes, quel que soit le nombre fini de types considéré, et quelles que soient les préférences strictement convexes de l'acheteur (ce qui exclut le cas linéaire traité précédemment). Le paradoxe est que Biais, Martimort et Rochet montrent que l'existence d'un équilibre avec tarifs convexes est restaurée quand la distribution des types devient continue ! Ce *puzzle* est d'une nature tout à fait inédite ; à titre de comparaison, en concurrence exclusive l'existence d'un équilibre est soumise à des conditions de plus en plus restrictives quand le nombre de types augmente, jusqu'à totalement disparaître quand la distribution des types devient continue (Riley (1985)). Il semble donc que la concurrence non-exclusive soit d'une nature très différente, en tant que jeu stratégique.

Pour conclure cette section sur un résultat plus positif, considérons la situation suivante : l'acheteur a un nombre fini de types, et les vendeurs affichent le même tarif, choisi de façon à ce que le tarif agrégé reconstitue exactement le tarif JHG. On sait que cette situation est robuste à l'entrée : c'est une propriété générale du tarif JHG (nous en donnons une preuve élémentaire dans la section suivante). On sait aussi que cette situation ne forme pas un équilibre. L'inexistence de l'équilibre est donc liée au fait que chaque vendeur est indispensable : si l'un d'entre eux retirait son offre, le tarif collectivement proposé par les autres vendeurs différerait du tarif JHG. Ainsi, on s'attend intuitivement à ce que l'existence soit restaurée dans la limite "concurrentielle", quand chaque vendeur devient infinitésimal. Attar, Mariotti et Salanié (2018) prouvent effectivement que la situation définie ci-dessus forme un ε-équilibre, dans le sens suivant : il existe une déviation strictement profitable, mais le gain de cette déviation décroît rapidement (en $1/K^2$) avec le nombre K de vendeurs [11]. L'inexistence de l'équilibre résulte donc d'un effet stratégique, et non de la concurrence en soi. A titre de comparaison, notons que ce changement de concept d'équilibre ne permet pas de restaurer l'existence dans le jeu exclusif étudié par Rothschild et Stiglitz [12] : encore une fois, l'inexistence d'équilibre est d'une nature différente selon que la concurrence est exclusive ou non-exclusive.

6 Evaluation normative

Nous avons exposé jusqu'à présent des résultats de nature positive, montrant à quelles allocations la concurrence peut aboutir. Il reste à évaluer, d'un point de vue normatif, si la concurrence sur ces marchés joue un rôle socialement utile, ou si ces allocations peuvent être améliorées par une intervention publique. Pour cela, il faut tenir compte des contraintes qui s'imposeraient à tout planificateur, en dehors de la contrainte budgétaire classique. Dans le cas de la concurrence exclusive, Myerson (1979, 1982) et Harris et Townsend (1979) montrent qu'en supposant que le planificateur contrôle la communication entre les agents ces contraintes additionnelles se limitent aux contraintes incitatives classiques, qui reflètent le fait que le planificateur n'observe pas le type de l'acheteur. On montre alors que si un équilibre existe, un planificateur ne pourrait l'améliorer au sens de Pareto, du fait de ces contraintes informationnelles ; ce résultat est une forme de premier théorème du bien-être, dit de second rang, dans un environnement d'information incomplète.

Cependant, l'essence de la concurrence non-exclusive est qu'il est impossible d'empêcher l'acheteur de communiquer et d'échanger librement avec les vendeurs. Le cadre de second rang ne s'applique donc plus, et il nous faut compléter les contraintes informationnelles par des contraintes supplémentaires reflétant la non-observabilité des échanges. Attar, Mariotti

11. L'article montre également que le gain à dévier décroît en $1/I$ avec le nombre I de types. Cela prouve l'existence d'un ε-équilibre si l'on fait tendre le nombre de types vers l'infini.

12. En effet, en concurrence exclusive le gain d'une déviation ne dépend pas directement du nombre de concurrents.

et Salanié (2016) argumentent que dans ce cadre non-exclusif il est naturel d'imposer une contrainte de robustesse à l'entrée, dans l'esprit des contraintes de robustesse à la collusion mises en avant dans Laffont et Martimort (1997). Dans un modèle à deux types, ils montrent que la seule allocation satisfaisant la contrainte budgétaire, les contraintes incitatives, et les contraintes de robustesse à l'entrée, est l'allocation JHG. Ce résultat nécessite très peu d'hypothèses sur les préférences, et nous en donnons une preuve élémentaire ci-dessous. Enfin Attar, Mariotti, et Salanié (2017) généralisent ce résultat à des distributions quelconques, mais en se limitant à des préférences convexes, et aux allocations qui sont implémentées par un tarif convexe. Il s'agit cependant d'une considérable généralisation du résultat de Glosten, qui supposait de plus que les préférences étaient quasi-linéaires.

Ce résultat d'unicité contraste fortement avec le cas de second rang, dans lequel il existe un continuum d'optima contraints. La non-exclusivité réduit ce continuum à un seul point, si bien que les préfèrences sociales ne jouent plus aucun rôle : en non-exclusivité, la seule allocation efficace est en fait la seule allocation faisable, celle de JHG où chaque quantité marginale est tarifée au coût moyen des types qui l'achètent.

Preuve Considérons un modèle à deux types, et un tarif T quelconque. Face à ce tarif, les types 1 et 2 choisissent respectivement les quantités Q_1 et Q_2. La robustesse à la libre entrée implique que l'on doit avoir

$$u_1(Q_1, T(Q_1)) \geq \max\{u_1(Q, \bar{c}_1 Q) : Q \geq 0\}, \tag{6}$$

sans quoi un entrant pourrait proposer une quantité Q à un prix unitaire légèrement supérieur à $\bar{c}_1$, et attirer le type 1 ; cette entrée serait strictement profitable même si elle attirait le type 2. Une conséquence de cette inégalité est en particulier que

$$T_1 \leq \bar{c}_1 Q_1. \tag{7}$$

La robustesse à la libre entrée implique également que l'on doit avoir

$$u_2(Q_2, T(Q_2)) \geq \max\{u_2(Q_1 + Q, T(Q_1) + c_2 Q) : Q \geq 0\}, \tag{8}$$

sans quoi un entrant pourrait proposer une quantité Q à un prix unitaire légèrement supérieur à c_2, et attirer le type 2 ; cette entrée serait strictement profitable, même (et en fait *a fortiori*) si elle attirait le type 1. Or on sait que $Q_2 \geq Q_1$ en raison de la propriété de Spence–Mirrlees. L'inégalité ci-dessus peut donc être appliquée en $Q = Q_2 - Q_1$ pour donner :

$$T(Q_2) - T(Q_1) \leq c_2(Q_2 - Q_1). \tag{9}$$

Or, si l'on note m_i la probabilité du type i, la contrainte budgétaire

$$m_1[T(Q_1) - c_1 Q_1] + m_2[T(Q_2) - c_2 Q_2] \geq 0$$

peut se réécrire ainsi :

$$T(Q_1) - \bar{c}_1 Q_1 + m_2[T(Q_2) - T(Q_1) - c_2(Q_2 - Q_1)] \geq 0.$$

Mais (7) et (9) impliquent alors que le solde budgétaire est en fait exactement nul, et donc que ces deux contraintes saturent. De plus, l'optimalité des choix Q_1 et Q_2 implique que (6) et (8) saturent également. On vérifie alors facilement que la définition (5) est vérifiée : chaque quantité marginale est tarifée au coût moyen des types qui l'achètent. Ainsi, la seule allocation robuste à l'entrée est l'allocation JHG. Nous renvoyons le lecteur à Attar, Mariotti et Salanié (2016) pour la preuve que le tarif JHG associé à cette allocation est effectivement robuste à l'entrée. ∎

7 Conclusion

Dans cet article, nos avons proposé un résumé honnête de l'état actuel de la littérature sur un sujet difficile, celui des modèles de concurrence non-exclusive en sélection adverse. Nous avons en particulier montré comment des tarifs convexes peuvent émerger à l'équilibre en dépit de la non-exclusivité ; comment un tarif convexe particulier, dit JHG, joue un rôle central, en lien avec l'idée de libre entrée ; enfin, comment certaines difficultés d'existence d'équilibres en stratégies pures viennent contrarier la généralité de certains résultats. A ce jour, ces théories sont encore en quête de validations empiriques. Cela se comprend : alors que l'on peut tester les prédictions des modèles de concurrence exclusive à partir des données d'un seul vendeur, la spécificité de la concurrence non-exclusive est d'autoriser les acheteurs à effectuer des achats chez plusieurs vendeurs. Les contraintes en terme de disponibilité des données ont donc jusqu'ici empêché de tester et d'estimer les modèles théoriques développés depuis l'article fondateur de Biais, Martimort et Rochet. On peut toutefois espérer que l'importance de ces modèles pour notre compréhension des marchés (et en particulier des marchés financiers et d'assurance) conduise à ce que ces difficultés ne soient que transitoires.

Références

[1] Akerlof, G.A. (1970) : “The Market for “Lemons” : Quality Uncertainty and the Market Mechanism,” *Quarterly Journal of Economics*, 84(3), 488–500.

[2] Allen, B., et M. Hellwig (1986) : “Price-Setting Firms and the Oligopolistic Foundations of Perfect Competition,” *American Economic Review*, 76(2), 387–392.

[3] Attar, A., T. Mariotti, et F. Salanié (2011) : “Nonexclusive Competition in the Market for Lemons,” *Econometrica*, 79(6), 1869–1918.

[4] Attar, A., T. Mariotti, et F. Salanié (2014) : “Nonexclusive Competition under Adverse Selection,” *Theoretical Economics*, 9(1), 1–40.

[5] Attar, A., T. Mariotti, et F. Salanié (2016) : “Multiple Contracting in Insurance Markets,” Toulouse School of Economics Working Paper n° 14–532.

[6] Attar, A., T. Mariotti, et F. Salanié (2017) : “Entry-Proofness and Market Breakdown under Adverse Selection,” Toulouse School of Economics Working Paper n° 17–788.

[7] Attar, A., T. Mariotti, et F. Salanié (2018) : “On Competitive Nonlinear Pricing,” Toulouse School of Economics Working Paper n° 16–737.

[8] Azevedo, E.M., et D. Gottlieb (2017) : “Perfect Competition in Markets with Adverse Selection,” *Econometrica*, 85(1), 67–105.

[9] Back, K., and S. Baruch (2013) : “Strategic Liquidity Provision in Limit Order Markets,” *Econometrica*, 81(1), 363–392.

[10] Biais, B., D. Martimort, et J.-C. Rochet (2000) : “Competing Mechanisms in a Common Value Environment,” *Econometrica*, 68(4), 799–837.

[11] Biais, B., D. Martimort, et J.-C. Rochet (2013) : “Corrigendum to “Competing Mechanisms in a Common Value Environment”,” *Econometrica*, 81(1), 393–406.

[12] Bisin, A., et P. Gottardi (2006) : “Efficient Competitive Equilibria with Adverse Selection,” *Journal of Political Economy*, 114(3), 485–516.

[13] Dubey, P., et J. Geanakoplos (2002) : “Competitive Pooling : Rothschild–Stiglitz Reconsidered,” *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), 1529–1570.

[14] Farinha Luz, V. (2017) : “Characterization and Uniqueness of Equilibrium in Competitive Insurance”, *Theoretical Economics*, 12(3), 1349–1391.

[15] Glosten, L.R. (1994) : “Is the Electronic Open Limit Order Book Inevitable ?” *Journal of Finance*, 49(4), 1127–1161.

[16] Harris, M., and R.M. Townsend (1981) : "Resource Allocation Under Asymmetric Information," *Econometrica*, 49(1), 33–64.

[17] Hellwig, M.F. (1988) : "A Note on the Specification of Interfirm Communication in Insurance Markets with Adverse Selection," *Journal of Economic Theory*, 46(1), 154–163.

[18] Jaynes, G.D. (1978) : "Equilibria in Monopolistically Competitive Insurance Markets," *Journal of Economic Theory*, 19(2), 394–422.

[19] Laffont, J.-J., et D. Martimort (1997) : "Collusion under Asymmetric Information," *Econometrica*, 65(4), 875–911.

[20] Martimort, D. (1992) : "Multi-Principaux avec Anti-Sélection," *Annales d'Economie et de Statistique*, 28, 1–37.

[21] Martimort, D., et L. Stole (2002) : "The Revelation and Delegation Principles in Common Agency Games," *Econometrica*, 70(4), 1659–1673.

[22] Myerson, R.B. (1979) : "Incentive Compatibility and the Bargaining Problem," *Econometrica*, 47(1), 61–73.

[23] Myerson, R.B. (1982) : "Optimal Coordination Mechanisms in Generalized Principal-Agent Problems," *Journal of Mathematical Economics*, 10(1), 67–81.

[24] Pauly, M.V. (1974) : "Overinsurance and Public Provision of Insurance : The Roles of Moral Hazard and Adverse Selection," *Quarterly Journal of Economics*, 88(1), 44–62.

[25] Peters, M. (2001) : "Common Agency and the Revelation Principle," *Econometrica*, 69(5), 1349–1372.

[26] Prescott, E.C., et R.M. Townsend (1984) : "Pareto Optima and Competitive Equilibria with Adverse Selection and Moral Hazard," *Econometrica*, 52(1), 21–46.

[27] Riley, J.G. (1985) : "Competition with Hidden Knowledge," *Journal of Political Economy*, 93(5), 958–976.

[28] Rothschild, M., et J.E. Stiglitz (1976) : "Equilibrium in Competitive Insurance Markets : An Essay on the Economics of Imperfect Information," *Quarterly Journal of Economics*, 90(4), 629–649.

[29] Stole, L. (1990) : "Mechanism Design under Common Agency," document de travail, MIT.