Systèmes dynamiques de second ordre en théorie des jeux

Rida Laraki
CNRS, Lamsade (Université Paris Dauphine) et Ecole Polytechnique

Panayotis Mertikopoulos
CNRS, LIG, Grenoble

Mots-clefs : Jeux évolutionnaires, dynamique du réplicateur, systèmes dynamiques de second ordre, optimisation, apprentissage dans les jeux, métriques riemaniennes.

Une question fondamentale en théorie des jeux (et en économie): quel concept de solution/équilibre est le résultat d'un processus naturel d'apprentissage par les joueurs?

Depuis, plusieurs dynamiques (en temps continu) ont été introduites et étudiées pour les jeux finis en stratégies mixtes. Celles-ci sont interprétées comme des distributions de comportements/traits/types dans une large population. La dynamique la plus connue étant probablement celle du réplicateur, introduite en biologie pour modéliser la sélection naturelle selon Darwin.

Certaines dynamiques sont imitatives (réplicateur), d'autres innovatives (Smith), certaines dynamiques éliminent les stratégies strictement dominées (réplicateur), d'autres pas (Smith). Mais, toutes sont des systèmes dynamiques continues de premier ordre sur le simplexe des stratégies mixtes des joueurs, aucune des dynamiques connues n'élimine les stratégies faiblement dominées, aucune ne converge vers un l'équilibre de Nash pour tout jeu, etc. Pour avoir de meilleurs résultats, d'autres pistes doivent être explorées.

La présentation est basée sur deux articles [1, 2] qui cherchent à introduire des systèmes dynamiques de second ordre, à étudier leurs propriétés de convergence et de rationalié, et les comparer avec le premier ordre. Nous proposons deux pistes. L'une construit la dynamique sur un raisonnement basé sur une microfondation (type apprentissage ou évolution par imitation), l'autre (inertielle) utilise des idées issues de la mécanique Newtonienne et la géométrie riemanienne. Les trajectoires des deux dynamiques peuvent être interprétées comme des géodésiques pour deux connexions qui différent seulement d'un facteur $\frac{1}{2}$. Néanmoins, elles se comportent trés différemment. Une des deux [1] est toujours bien posée et elle améliore les propriétées usuelles des dynamiques de premier ordre, en particulier elle élimine les stratégies faiblement dominées. L'autre dynamique [2] peut sortir de l'ensemble des stratégies mixtes en temps fini pour certaines géométries, mais elle est bien posée pour d'autres...

[1] R. Laraki, P. Mertikopoulos, Higher Order Games Dynamics *Journal of Economic Theory*, vol 148, pp. 2666-2695, 2013.

[2] R. Laraki, P. Mertikopoulos, Inertial Game Dynamics and Applications to Constrained Optimization, *http://arxiv.org/pdf/1305.0967v1.pdf.*