

Tests adaptatifs de comparaison de l'intensité de deux processus de Poisson

Magalie FROMONT * ; **Béatrice LAURENT** † ; Patricia REYNAUD-BOURET ‡

Nous considérons deux processus de Poisson indépendants N^1 et N^{-1} observés sur un espace mesurable \mathbb{X} , d'intensités respectives f et g relativement à une mesure μ sur \mathbb{X} .

Nous notons dN^1 et dN^{-1} les mesures ponctuelles associées à ces deux processus.

Nous proposons de tester l'hypothèse (H_0) : " $f = g$ " contre l'alternative (H_1) : " $f \neq g$ ".

La première difficulté est de trouver une statistique de test libre de f sous l'hypothèse (H_0) . Pour cela, nous utilisons une approche de type rééchantillonnage. Soit N le processus agrégé (défini par la mesure ponctuelle $dN = dN^1 + dN^{-1}$), et soit $(\varepsilon_x)_{x \in N}$ une famille de variables i.i.d. de loi de Rademacher. On considère les processus N_ε^1 et N_ε^{-1} respectivement formés des points de N pour lesquels $\varepsilon_x = 1$ et $\varepsilon_x = -1$. Alors, les processus $(N_\varepsilon^1, N_\varepsilon^{-1})$ sont deux processus de Poisson indépendants, de même loi sous (H_0) et conditionnellement à N que (N^1, N^{-1}) . Il est donc possible de simuler sous (H_0) la loi conditionnelle à N d'une statistique de test fonction de (N^1, N^{-1}) .

Soit N le processus agrégé et les marques $(\varepsilon_x^0)_{x \in N}$ définies par $\varepsilon_x^0 = 1$ si $x \in N^1$ et $\varepsilon_x^0 = -1$ si $x \in N^{-1}$. Nous proposons une statistique de test de la forme

$$\hat{T} = \sum_{x \neq x' \in N} K(x, x') \varepsilon_x^0 \varepsilon_{x'}^0,$$

où K est un noyau symétrique.

Nous construisons une procédure de test de niveau fixé, et nous étudions la puissance du test pour plusieurs types de noyaux. Nous proposons ensuite une procédure de tests multiples, obtenue en agrégeant des tests associés à une collection de noyaux, qui est adaptative sur diverses classes d'alternatives. Nous montrons des propriétés d'optimalité, en terme de puissance des tests sur diverses classes de Besov.

Nous présentons également la mise en oeuvre en pratique de la procédure de tests multiples ainsi que des résultats de simulations.

*CREST Ensai - IRMAR

†Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse

‡CNRS, Université de Nice Sophia-Antipolis